1.3 גדילה ודעיכה

כאשר הנעלם הוא החזקה, ניתן למוצאו באמצעות ניסוי וטעייה במספרים הטבעיים עד 5. יש להראות את שלבי הניסוי באמצעות כפל חוזר.
ניתן להשתמש בסדרה הנדסית.

1. יש ברשותי מכונית בדיוק 3 שנים. מחירה היום הוא 50,000 שקלים.
המחיר של מכונית משומשת יורד כל שנה ב- 10%.
   א. מה הסכום ששילמתי עבור המכונית?
   ב. אם אמכור את המכונית בעוד שלוש שנים, מה יהיה מחירה של המכונית אז?

2. חלקת יער הכילה לפני 20 שנים 30,000 טונות של עץ.
היום יש בחלקת היער 40,000 טונות של עץ.
כמות העץ ביער גָּדֵלָה בכל שנה באופן מעריכי.
   א. בכמה אחוזים גָּדֵלָה כמות העץ מדי שנה?
   ב. מה תהיה כמות העץ ביער בעוד 20 שנה?

3. בבנק מסוים מציעים שתי תכניות חיסכון:
תכנית א נותנת ריבית שנתית של 6% (אפשר להשקיע בתכנית זו רק ביחידות של שנה שלמה).
תכנית ב נותנת ריבית דו-שנתית של 12% (אפשר להשקיע בתכנית זו רק ביחידות של שנתיים שלמות).
אדם החליט להשקיע 100,000 ₪ בתכנית חיסכון.
   א. באיזו תכנית כדאי לו לבחור, אם הוא רוצה להשקיע את הכסף ל- 4 שנים? נמקו.
   ב. הבנק שינה את תנאי החיסכון, ומאפשר בחלק מתקופת החיסכון לחסוך בתכנית א (ביחידות של שנה שלמה), ובחלק מתקופת החיסכון לחסוך בתכנית ב (ביחידות של שנתיים שלמות).
   אדם רוצה להשקיע את כספו לתקופה של 21 שנים. כיצד כדאי לאדם להשקיע את כספו, כדי לקבל רווח מרבי? בתשובתכם הסתמכו על התוצאה שקיבלתם בסעיף א.

4. ברשותי סכום של 200,000 ₪. מציעים לי שתי תכניות חיסכון:
תכנית אחת ל- 5 שנים, שבסופן אקבל את הקרן בתוספת של 50% רווח מסכום הקרן;
תכנית שנייה ל- 6 שנים, שבסופן אקבל את הקרן בתוספת של 60% רווח מסכום הקרן.
בשתי התכניות יש ריבית שנתית קבועה.
באיזו תכנית יש ריבית שנתית גבוהה יותר?

5. אוכלוסייה במדינה מסוימת גדלה כל שנה ב- 1.2%.
ב- 1.1.2000 נערך מפקד אוכלוסין, והתברר כי מספר תושבי המדינה הוא 21.3 מיליון.
א. מה יהיה גודל האוכלוסייה בתאריך 1.1.2020?
ב. מה היה גודל האוכלוסייה בתאריך 1.1.1990?

6. במדינה מסוימת הערך של מכונית יורד בכל חצי שנה ב- 2.5%.
מחיר מכונית חדשה הוא 180,000 שקלים.
א. מהו מחיר המכונית לאחר שנה? בתשובתכם עגלו את התוצאה לשקלים שלמים.
ב. מהו מחיר המכונית לאחר 3.5 שנים? בתשובתכם עגלו את התוצאה לשקלים שלמים.
ג. מהו מחיר המכונית לאחר 5 שנים? בתשובתכם עגלו את התוצאה לאלפי שקלים.

7. משקלו של חומר רדיואקטיבי מסוים הוא 100 גר'.
משקל החומר יורד בכל 10 שנים ב- 20.63%.
כמה עשרות שנים יחלפו עד שמשקלו ירד למחצית ממשקלו המקורי?

8. כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בכל שלוש שעות באחוז קבוע.
מדען שקל את החומר הרדיואקטיבי כל שלוש שעות באותו יום.
בשעה 6:00 בבוקר היה משקל החומר 50 גרם.
בשעה 9:00 בבוקר היה משקל החומר 40 גרם.
א. בשקילה נוספת באותו יום היה משקל החומר 25.6 גרם.
באיזו שעה נערכה השקילה הנוספת?
ב. באיזו שעה היה משקל החומר 64% ממה שהיה משקלו בשעה 6:00 בבוקר?

9. כמות חומר רדיואקטיבי קְטֶנָה בכל שעה באחוז קבוע.
מדען שקל את החומר הרדיואקטיבי שלוש פעמים באותו יום, ואלה התוצאות שקיבל:
בשעה 6:00 בבוקר היה משקל החומר 50 גרם.
בשעה 9:00 בבוקר היה משקל החומר 40 גרם.
בשעה 16:00 אחר הצהריים שקל את החומר בפעם השלישית.
א. בכמה אחוזים קָטַן משקל החומר בכל שעה?
ב. מה משקל החומר הרדיואקטיבי בשקילה השלישית?

10. בשמורת טבע סופרים את מספר העופות הדורסים מדי שנתיים באותו תאריך, כדי לעקוב אחר גודל אוכלוסייתם. בספירה ראשונה נספרו 1,093 עופות. בספירה שנייה שנערכה כעבור שנתיים נספרו 1,507 עופות.
אוכלוסיית העופות הדורסים גְּדֵלָה באופן מעריכי.
א. מהו אחוז הגדילה של מספר עופות דורסים בשמורת הטבע בשנתיים?
ב. כעבור כמה שנים מהספירה הראשונה יהיו בשמורה 3,950 עופות דורסים?

11. אוכלוסיית תושבים בעיר מסוימת מתרבה בכל שנה באחוז קבוע של 2.4% לשנה.
בזמן מסוים היו בעיר 499,400 תושבים.
א. כעבור כמה שנים יהיו בעיר 549,100 תושבים?
ב. מה יהיה גודל האוכלוסייה בעיר כעבור 7 שנים? בתשובתכם עגלו את התוצאה למאות שלמות.

12. במעבדה ביולוגית מתבצע ניסוי של תרופה חדשה.
בתחילת הניסוי היו 80,000,000 (80 מיליון) חיידקים בתרבית מסוימת.
כאשר מוסיפים את התרופה החדשה לתרבית, קָטַן מספר החיידקים בתרבית פי שתיים בכל שלוש שעות.
א. כמה חיידקים נותרו בתרבית שלוש שעות לאחר הוספת התרופה?
ב. כמה חיידקים נותרו בתרבית תשע שעות לאחר הוספת התרופה?
ג. כעבור כמה שעות מתחילת הניסוי יישארו בתרבית 5,000,000 חיידקים?
ד. הוחלט כי הניסוי יימשך עד שבתרבית יישארו פחות מ- 400,000 חיידקים.
(1) כמה חיידקים נותרו בתרבית כעבור 24 שעות?
(2) האם הניסוי יסתיים כעבור 24 שעות? נמקו.

13. תחושת כאב בגרון נגרמת על-ידי הימצאותם של כ- 10^9 (מיליארד = אלף מיליון) חיידקי סטרפטוקוקוס.
כאשר לוקחים אנטיביוטיקה בכל יום, מספר החיידקים קָטַן לרבע מהכמות שלהם בתחילת אותו יום.
א. כמה חיידקי סטרפטוקוקוס נותרו אחרי יומיים של לקיחת אנטיביוטיקה?
ב. כעבור כמה ימים יהיו בגרון כ- 15,625,000 חיידקי סטרפטוקוקוס?
ג. כאשר נשארים כ- 950,000 חיידקי סטרפטוקוקוס, יש תחושת הקלה בכאב הגרון.
(1) האם כעבור 5 ימים של לקיחת האנטיביוטיקה תהיה תחושת הקלה?
(2) האם כעבור 6 ימים של לקיחת האנטיביוטיקה תהיה תחושת הקלה?

14. להכנת עוגת שמרים משתמשים בבצק שעובר תהליך התפחה.
נפח הבצק בהתחלה היה 1,500 סמ"ק.
בודקים את נפח הבצק בכל חצי שעה.
ידוע כי הבצק מכפיל את נפחו כעבור שעתיים.
א. בכמה אחוזים גָּדַל נפח הבצק בכל חצי שעה של התפחה?
ב. מהו נפח הבצק לאחר שעה של התפחה? עגלו את התוצאה ליחידות שלמות.
ג. הבצק מוכן לאחר שעתיים וחצי של התפחה. מהו נפח הבצק המוכן? עגלו את התוצאה ליחידות שלמות.

15. הטמפרטורה של חומר מסוים קְטַנָה בכל דקה באופן מעריכי, כאשר מכניסים אותו לקירור בסביבה של 0°C.
חומר שהטמפרטורה שלו הייתה 100°C התקרר בסביבה זו ל- 70°C תוך 5 דקות.
א. פי כמה קְטַנָה הטמפרטורה של החומר בכל דקה?
ב. מהי הטמפרטורה של החומר דקה אחת אחרי שהוכנס לקירור?
ג. מה הטמפרטורה של החומר 10 דקות אחרי שהוכנס לקירור?
ד. החומר יוצא מהקירור כשהטמפרטורה שלו מגיעה ל- 20°C.
בחרו את התשובה הנכונה, ונמקו:
(1) החומר יוצא מהקירור כעבור 25 דקות בדיוק.
(2) החומר יוצא מהקירור כעבור פחות מ- 25 דקות.
(3) החומר יוצא מהקירור לאחר יותר מ- 25 דקות.

16. סיגל בישלה ריבת שזיפים. כאשר טמפרטורת הריבה הייתה 90°C, היא הכניסה אותה למקרר, שבו הטמפרטורה היא 0°C מעלות צלסיוס.
הטמפרטורה של הריבה קְטַנָה בכל דקה באופן מעריכי.
10 דקות אחרי תחילת הקירור הייתה טמפרטורת הריבה 70°C.
א. בכמה אחוזים יורדת הטמפרטורה של הריבה בדקה אחת?
ב. מהי טמפרטורת הריבה רבע שעה (15 דקות) אחרי תחילת תהליך הקירור?
ג. מהי טמפרטורת הריבה שעה אחת אחרי תחילת תהליך הקירור?

17. ערך הקרקע באזור מסוים בארץ עלה באחוז קבוע בכל שנה, החל מינואר 2005.
מחיר הקרקע בינואר 2005 היה 100,000 ₪.
בינואר 2008 הגיע מחיר הקרקע ל- 120,000 ₪.
א. בכמה אחוזים גדל מחיר הקרקע מינואר 2005 עד ינואר 2006?
ב. אם מחיר הקרקע ימשיך לעלות באותו קצב, תוך כמה שנים מינואר 2005 יגיע מחיר הקרקע ל- 127,540 ₪?

18. לפי הסכם עבודה שנחתם עם העובדים במפעל מסוים, הם יקבלו תוספת לשכר של אחוז קבוע מדי שנה.
א. משכורתו של דותן ביום חתימת ההסכם הייתה 10,000 ₪ לחודש.
שנתיים אחרי כן הייתה משכורתו של דותן 11,025 ₪.
בכמה אחוזים גדלה משכורתו של דותן בכל שנה?
ב. משכורתו של שגיב ביום חתימת ההסכם הייתה 7,000 ₪ לחודש.
משכורתו של שגיב גדלה בכל שנה ב- 7%.
(1) מה תהיה משכורתו של שגיב כעבור שנתיים?
(2) כעבור כמה שנים תהיה משכורתו של שגיב 9,175.57 ₪?
ג. האם כעבור 10 שנים תהיה המשכורת של דותן עדיין גבוהה ממשכורתו של שגיב? נמקו.

19. ערך מכונית א היום הוא 150,000 ₪.

ערך מכונית ב היום הוא 110,000 ₪.

מחירה של מכונית א יורד מדי שנה ב- 10%, ואילו מחירה של מכונית ב יורד מדי שנה ב- 8%.

א. השלימו את הטבלה:

מכונית	ערך התחלתי	כעבור 1 שנה	כעבור 2 שנים	כעבור 3 שנים
א				
ב				
הפרש המחירים				

ב. מה קורה להפרש המחירים בין שתי המכוניות, במשך השנים? (בחרו את התשובה הנכונה): 1. ההפרש גָּדֵל 2. ההפרש נשאר קבוע 3. ההפרש קָטֵן.

ג. מה יהיה מחירה של מכונית ב בעוד 4 שנים?

ד. כעבור כמה שנים יהיה מחירה של מכונית א 98,415 ₪?

20. ב- 1.1.2000 היו בקופת גמל של עובד 250,000 ₪.

במשך 8 השנים הבאות הניבה קופת הגמל של העובד אחוז רווח קבוע מדי שנה.

ב- 1.1.2008 היו בחשבונו של העובד 398,462 ₪.

א. בכמה אחוזים גדל סכום החיסכון של העובד בשנה אחת?

ב. מה היה סכום החיסכון של העובד בקופת הגמל ב- 1.1.2005?

ג. כעבור כמה שנים היו בקופת הגמל 297,754 ₪?

21. דורון לקח הלוואה בבנק בסך 200,000 ₪.

הוא הקטין את חובו לבנק ב- 10% בכל שנה.

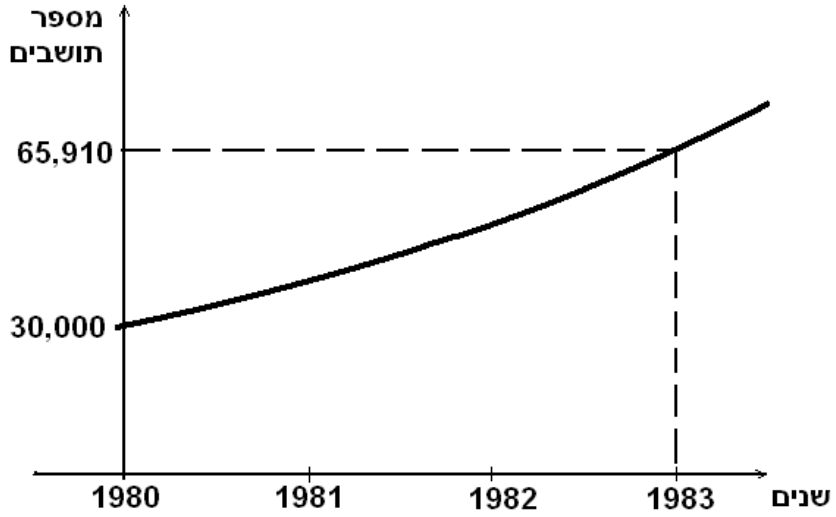
א. מה היה חובו של דורון לבנק בסוף השנתיים הראשונות?

ב. מה היה חובו של דורון בתום 10 השנים הראשונות?

ג. שתיים-עשרה שנים אחרי שלקח את ההלוואה, קיבל דורון 50,000 ₪ מקרן השתלמות.

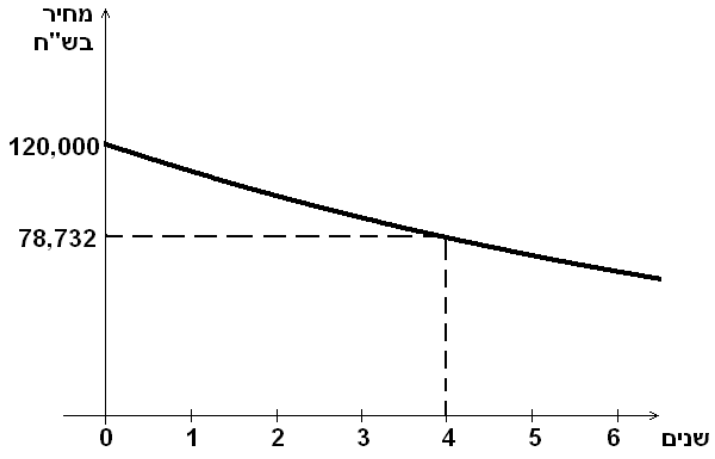
האם הסכום יספיק כדי להחזיר את שארית החוב שלו לבנק? נמקו.

22. האוכלוסייה בעיר מסוימת גְדֵלָה באופן מעריכי.
הגרף שלפניכם מתאר את גידול האוכלוסייה בין תחילת שנת 1980 לבין תחילת שנת 1983.



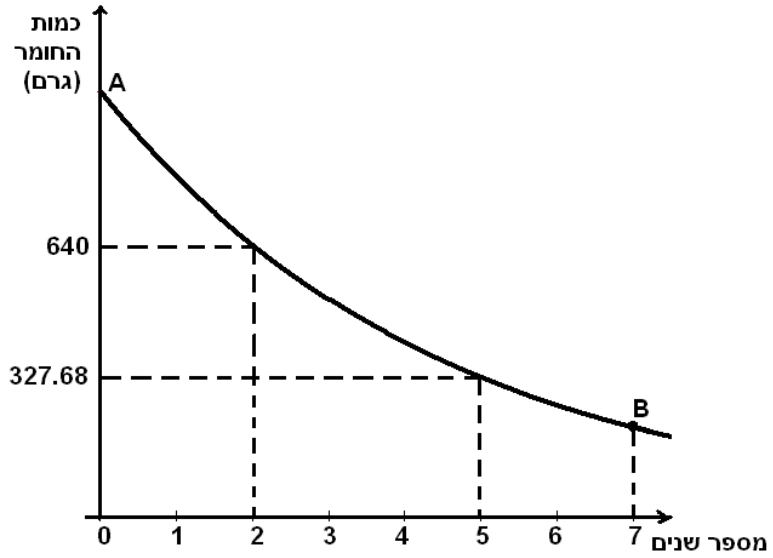
א. מה היה מספר התושבים בעיר בתחילת שנת 1980 ובתחילת שנת 1983?
ב. בכמה אחוזים גדלה אוכלוסיית העיר מדי שנה?
ג. בהנחה שקצב הגידול יישאר ללא שינוי, מה תהיה אוכלוסיית העיר בתחילת שנת 1985?
ד. בהנחה שקצב הגידול נשאר ללא שינוי, מה הייתה אוכלוסיית העיר בתחילת שנה 1978?

23. מחיר מכונית יורד מדי שנה באופן מעריכי.
הגרף הבא מתאר את ירידת ערך המכונית במשך 6 שנים לאחר הקנייה.



א. (1) מה היה המחיר ההתחלתי של המכונית?
(2) מה היה מחיר המכונית כעבור 4 שנים?
ב. בכמה אחוזים ירד המחיר של המכונית במשך שנה אחת?
ג. 6 שנים לאחר הקנייה המכונית נמכרה.
מה היה מחיר המכירה של המכונית? (עגלו את תשובתכם לשקלים שלמים.)

24. כמות חומר רדיואקטיבי מסוים קְטַנָה מידי שנה באופן מעריכי.
הגרף הבא מתאר את תוצאות מדידת משקל החומר הרדיואקטיבי במשך 7 שנים.



בהסתמך על הנתונים בגרף ענו על השאלות הבאות:

א. (1) מה הייתה כמות החומר הרדיואקטיבי בשנה השנייה?
(2) מה הייתה כמות החומר הרדיואקטיבי בשנה החמישית?

ב. בכמה אחוזים יורד משקל החומר במשך שנה אחת?

ג. מצאו את שיעורי הנקודה A. מהי משמעות הנקודה?

ד. מצאו את שיעורי הנקודה B. מהי משמעות הנקודה?

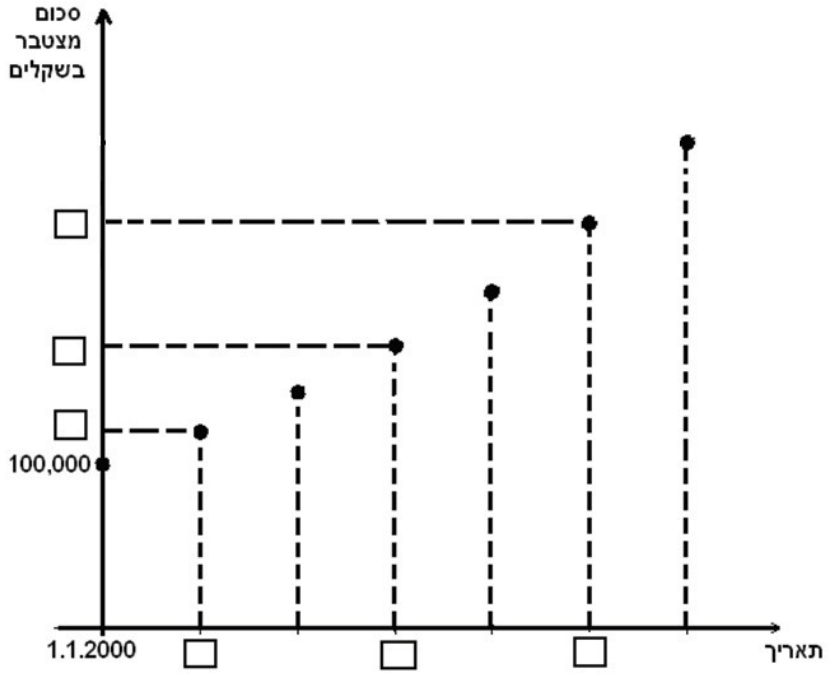
ה. כעבור כמה שנים שלמות מהמדידה ההתחלתית ירד משקל החומר, בפעם הראשונה, מתחת למחצית ממשקלו ההתחלתי?

25. קופת גמל "הכספת" פרסמה דו"ח לפיו בשנים 2000-2006 כל עמיתי הקופה הרוויחו בכל שנה 6%.

בתאריך 1.1.2000 השקיע מר לוי בקופת הגמל "הכספת" 100,000 ₪.

א. מהו סכום החיסכון שהיה למר לוי בקופה הנ"ל ב- 1.1.2004?

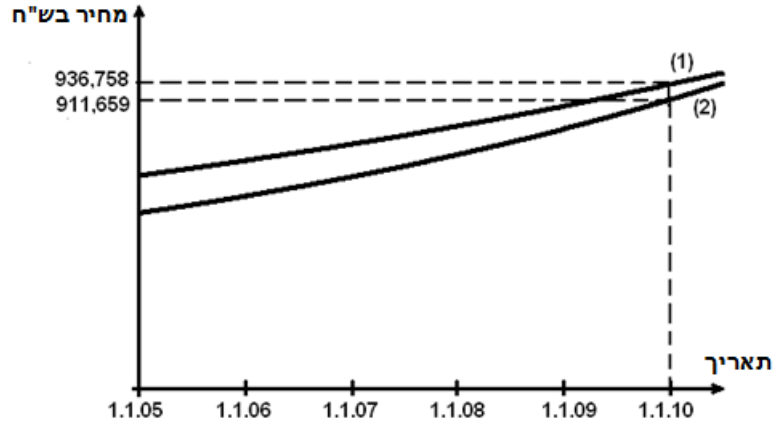
ב. לפניכם גרף שמתאר את סכום החיסכון של מר לוי בקופת גמל זו, בהפרשים של שנה אחת. השלימו את כל המשבצות הריקות בגרף:



ג. ב- 1.1.2006 משך מר לוי את כל הסכום שהצטבר בקופת הגמל.
מהו סכום המשיכה?

ד. ב- 1.1.2000 השקיע מר כהן 100,000 ₪ (סכום הזהה לסכום ההשקעה של מר לוי) בתכנית חסכון "השקעה בטוחה".
בתכנית זו מרוויחים 36% על כל הסכום בתום 6 שנות חסכון.
מי מבין השניים (מר לוי או מר כהן) הרוויח יותר בתום 6 השנים? נמקו.

26. מחירי דירות בישובים א ו- ב עלו בין השנים 2005-2010 באחוז קבוע מדי שנה.
אחוז זה שוֹנֶה בשני היישובים.
המחיר של דירה מסוימת בישוב א בתאריך 1.1.2005 היה 700,000 ₪.
המחיר של דירה מסוימת בישוב ב בתאריך 1.1.2005 היה 650,000 ₪.
הגרפים הבאים מתארים את מחירי הדירות האלו במשך 5 שנים.



א. התאימו לכל אחד מהישובים א ו- ב את אחד מהגרפים (1) או (2) שבסרטוט.
נמקו את בחירתכם.

ב. על-פי הנתון בגרף, מצאו את אחוז עליית מחיר הדירה בישוב א, בכל שנה.

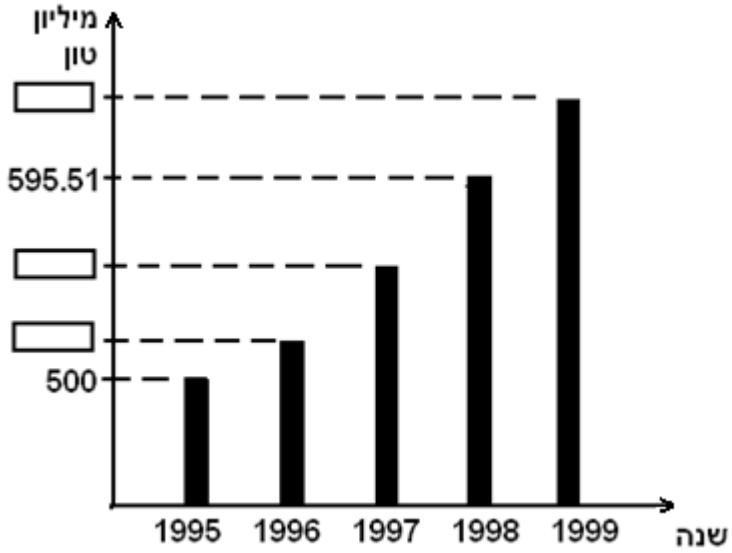
ג. על-פי הנתון בגרף, מצאו את אחוז עליית מחיר הדירה בישוב ב, בכל שנה.

ד. (1) מה היה ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני היישובים בתאריך 1.1.05?

(2) מה היה ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני הישובים בתאריך 1.1.08?

(3) מה קורה להפרש בין מחירי הדירות במשך השנים? (בחרו את התשובה הנכונה): ההפרש גָּדֵל / ההפרש נשאר קבוע / ההפרש קָטֵן.

27. הפקת נפט במדינה מסוימת גָּדְלָה בכל שנה באופן מעריכי.
הדיאגרמה הבאה מתארת את כמות הנפט המופק במדינה זו בשנים 1995-1999.



ענו על השאלות הבאות, באמצעות הנתונים בדיאגרמה:

א. בכמה אחוזים גָּדְלָה הפקת הנפט בשנה אחת?

ב. השלימו את הנתונים החסרים בדיאגרמה (המשבצות הריקות).

ג. מהי כמות הנפט הממוצעת לשנה שהופקה במדינה הנ"ל משנת 1995 עד שנת 1999?

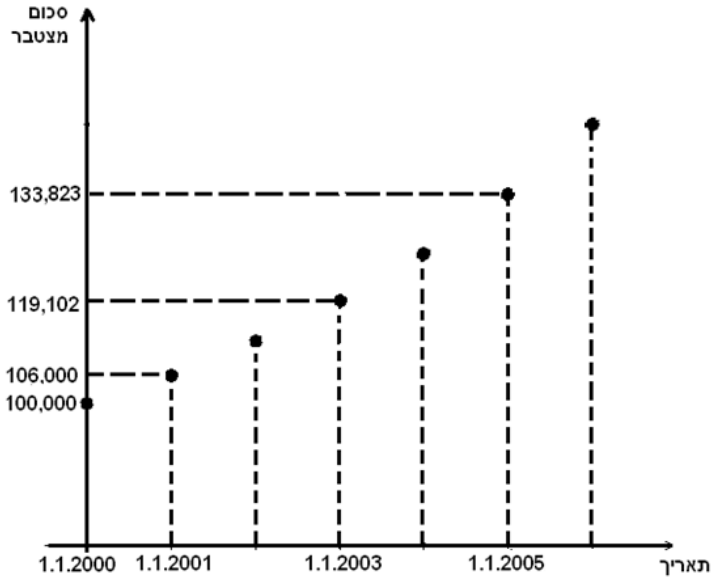
תשובות

1. (א) 68,587.11 שקלים (ב) 36,450 שקלים
2. (א) 1.45% (ב) 53,333.33 טונות
3. (א) בתכנית א (ב) בתכנית א
4. בתכנית לחמש שנים
5. (א) 27.04 מיליון (ב) 18.905 מיליון
6. (א) 171,112 ₪ (ב) 150,766 ₪ (ג) 140,000 ₪
7. אחרי 3 עשרות שנים (30 שנים)
8. (א) בשעה 15:00 (ב) בשעה 12:00
9. (א) כ- 7.2% (ב) 23.68 גרם
10. (א) 37.88% (ב) כעבור 8 שנים
11. (א) כעבור 4 שנים (ב) 589,600 תושבים
12. (א) 40,000,000 (40 מיליון) חיידקים (ב) 10,000,000 (10 מיליון) חיידקים
    (ג) כעבור 12 שעות (ד) (1) 312,500 חיידקים. (2) כן, זו הפעם הראשונה בה נותרו פחות מ- 400,000 חיידקים.
13. (א) 62,500,000 חיידקים (ב) כעבור 3 ימים (ג) (1) לא (2) כן
14. (א) 18.92% (ב) 2,121 סמ"ק (ג) 3,568 סמ"ק
15. (א) פי 0.9311 (ב) 93.11°C (ג) 49°C (ד) (2) כי הטמפרטורה כעבור 25 דקות היא 16.78°C, ולכן היו צריכים להוציא את החומר לפני כן.
16. (א) 2.48% (ב) 61.73°C (ג) 19.92°C
17. (א) 6.27% (ב) כעבור כ- 4 שנים
18. (א) 5% (ב) (1) 8,014.30 ₪ (2) כעבור 4 שנים (ג) כן. כעבור 10 שנים, משכורתו של דותן תהיה כ- 16,289 ₪ ומשכורתו של שגיב תהיה כ- 13,770 ₪.
19. (א)

מכונית	ערך התחלתי	כעבור 1 שנה	כעבור 2 שנים	כעבור 3 שנים
א	150,000 ₪	135,000 ₪	121,500 ₪	109,350₪
ב	110,000 ₪	101,200 ₪	93,104 ₪	85,655.68 ₪
הפרש מחירים	40,000 ₪	33,800 ₪	28,396 ₪	23,694.32 ₪

    (ב) ההפרש קטן (ג) כ- 78,803 ₪ (ד) 4 שנים
20. (א) 6% (ב) כ- 334,556 ₪ (ג) כעבור 3 שנים
21. (א) 162,000 ₪ (ב) 69,735.69 ₪ (ג) לא, כי החוב שלו לבנק הוא 56,485.91 ₪
22. (א) בתחילת שנת 1980 היו בעיר 30,000 תושבים, ובתחילת שנת 1983 היו בעיר 65,910 תושבים (ב) ב- 30% (ג) 111,388 תושבים (ד) כ- 17,751 תושבים
23. (א) (1) 120,000 ₪ (2) 78,732 ₪ (ב) ב- 10% (ג) 63,773 ₪
24. (א) (1) 640 גרם (2) 327.68 גרם (ב) ב- 20% (ג) A(0,1000) . המשמעות: משקלו ההתחלתי של החומר הרדיואקטיבי הוא 1,000 גר' (ד) B(7,209.72) . המשמעות: כעבור 7 שנים משקלו של החומר הרדיואקטיבי הוא 290.72 גר'. (ה) כעבור 4 שנים

25. (א) כ- 126,248 ₪ (ב)



(ג) 141,852 ₪

(ד) מר לוי הרוויח יותר, כי בתום 6 שנות החיסכון, למר כהן יהיו 136,000 ₪, ואילו למר לוי יהיו 141,852 ₪.

26. (א) גרף (1) מתאים לישוב א, גרף (2) מתאים לישוב ב . ההתאמה נעשתה לפי השוואה של המחיר ההתחלתי.

(ב) 6% (ג) 7% (ד) (1) 50,000 ₪ (2) כ- 37,433 ₪ (3) ההפרש קטן

27. (א) ב- 6% (ב)

(ג) 563.71 מיליון טון

