2.2 הסתברות

1. נתונים שני כדים. בכד אחד יש 10 כדורים לבנים ו- 5 כדורים שחורים.
בכד השני יש 8 כדורים לבנים ו- 12 כדורים שחורים.
זורקים קובייה.
אם המספר שמתקבל הוא 1 או 2, בוחרים באקראי כדור מהכד הראשון.
אם מתקבל מספר אחר בוחרים באקראי כדור מהכד השני.
   א. מה ההסתברות שנבחר כדור לבן מהכד הראשון?
   ב. מה ההסתברות שנבחר כדור לבן?

2. בכד יש 5 כדורים: 2 לבנים ו- 3 שחורים.
מוציאים באקראי כדור אחד מהכד.
אם הוא לבן משאירים אותו בחוץ, ואם הוא שחור מחזירים אותו לכד.
לאחר מכן מערבבים, ושוב מוציאים באקראי כדור אחד.
מה ההסתברות ששני הכדורים שמוציאים יהיו בצבעים שונים?

3. בכד יש 2 כדורים לבנים ו- 3 כדורים שחורים.
מוציאים באקראי כדור אחד ומשאירים אותו בחוץ.
מערבבים ומוציאים באקראי כדור שני.
   א. מה ההסתברות ששני הכדורים שמוציאים יהיו שחורים?
   ב. מה ההסתברות ששני הכדורים שמוציאים יהיו באותו צבע?
   ג. מה ההסתברות שהכדור הראשון יהיה לבן והכדור השני יהיה שחור?

4. במוסד מסוים $\frac{3}{4}$ מהעובדים הם גברים ו- $\frac{1}{4}$ מהעובדים הם נשים.
80% מהגברים ו- 70% מהנשים אינם מעשנים.
בוחרים באקראי עובד (גבר או אישה).
מה ההסתברות שהעובד שנבחר אינו מעשן?

5. במשחק מזל אפשר לזכות ב- 600 שקל, אפשר לזכות ב- 300 שקל, או לא לזכות כלל.
ההסתברות לזכות ב- 600 שקל היא $\frac{1}{4}$.
ההסתברות לזכות ב- 300 שקל היא $\frac{5}{12}$.
ההסתברות לא לזכות כלל היא $\frac{1}{3}$.
אדם משחק במשחק זה פעמיים.
   א. מה ההסתברות שיזכה בדיוק ב- 300 שקל?
   ב. מה ההסתברות שיזכה בסכום כולל גדול מ- 300 שקל?

6. בהגרלה מסוימת ההסתברות לזכות ב- 500 שקל היא 0.3, ההסתברות לזכות ב- 1,000 שקל היא 0.2 , וההסתברות לא לזכות כלל היא 0.5.
אדם משתתף בהגרלה זו פעמיים.
מה ההסתברות שיזכה בדיוק ב- 1,000 שקל?

7. ההסתברות לגשם במקום מסוים היא $\frac{1}{7}$ בערב חנוכה, $\frac{1}{6}$ בערב פורים ו- $\frac{1}{15}$ בערב פסח.
   א. מה ההסתברות שיֵרד גשם בערב חנוכה ובערב פסח, אבל שלא יֵרד גשם בערב פורים?
   ב. מה ההסתברות שיֵרד גשם בערב פורים, אבל שלא יֵרד גשם בערב חנוכה ושלא יֵרד גשם בערב פסח?
   ג. מה ההסתברות שיֵרד גשם בכל ערבי החג האלה?
   ד. מה ההסתברות שלפחות אחד מערבי החג האלה יהיה בלי גשם?

8. במחסן מצויים שלושה מתקני התרעה נגד שׂרפה.
ההסתברות שהמתקן הראשון יפעל במקרה של שׂרפה היא 0.9.
ההסתברות שהמתקן השני יפעל במקרה של שׂרפה היא 0.95.
ההסתברות שהמתקן השלישי יפעל במקרה של שׂרפה היא 0.8.
מה ההסתברות שלפחות שניים מן המתקנים יפעלו במקרה של שׂרפה?

9. שני קַלעים יורים בו-זמנית יריה אחת לאותה מטרה.
ידוע שאחד מהם פוגע במטרה בממוצע 90 מתוך 100 יריות, והאחר- 85 מתוך 100 יריות.
   א. מה ההסתברות שבדיוק אחד מהקליעים האלה יפגע במטרה?
   ב. מה ההסתברות שלפחות אחד מהקליעים האלה יפגע במטרה?

10. ההסתברות להצליח במבחן נהיגה בפעם ראשונה היא $\frac{2}{3}$.
שלושה אנשים ניגשים למבחן נהיגה בפעם הראשונה.
   א. מה ההסתברות שבדיוק שניים מהם יצליחו במבחן?
   ב. מה ההסתברות שלפחות שניים מהם יצליחו במבחן?

11. סיכוייו של תלמיד להצליח במתמטיקה הם 0.8, באנגלית – 0.6, ובלשון – 0.7 .
תלמיד ניגש לבחינות בשלושת המקצועות האלה.
   א. מה ההסתברות שהתלמיד יצליח בשלושת המקצועות?
   ב. מה ההסתברות שהתלמיד יצליח בדיוק בשניים מן המקצועות האלה?
   ג. מה ההסתברות שהתלמיד יצליח לפחות במקצוע אחד?

12. שלושה אנשים יורים למטרה. ההסתברות שהראשון יפגע במטרה היא 0.6, שהשני יפגע בה – 0.8, ושהשלישי יפגע בה – 0.9.
    א. מה ההסתברות שאף אחד מהם לא יפגע במטרה?
    ב. מה ההסתברות שלפחות אחד מהם יפגע במטרה?

13. מטוס מטיל שלוש פצצות. ההסתברות שהפצצה הראשונה תפגע בגשר היא 0.4, שהשנייה תפגע בו – 0.5, ושהפצצה השלישית תפגע בו – 0.8.
    מה ההסתברות שהגשר ייהרס:
    א. כאשר די בפצצה אחת להריסת הגשר?
    ב. כאשר דרושות לפחות 2 פצצות להריסת הגשר?

14. זורקים יחדיו שלוש קוביות משחק הוגנות.
    א. מה ההסתברות שבדיוק קובייה אחת תַראה 6?
    ב. מה ההסתברות שלכל היותר קובייה אחת תַראה 6?

15. זורקים יחדיו שלוש קוביות משחק הוגנות.
    א. מה ההסתברות שבכל אחת משלוש הקוביות יתקבל מספר זוגי?
    ב. מה ההסתברות שלפחות באחת משלוש הקוביות יתקבל מספר זוגי?

16. זורקים קובייה הוגנת שעל שש פאותיה רשומים המספרים 1, 2, 3, 4, 5, 6, ומסובבים סביבון שעל ארבע פאותיו רשומים המספרים 1, 2, 3, 4.
    א. מה ההסתברות שהקובייה והסביבון יַראו אותו מספר?
    ב. מה ההסתברות שהסביבון יַראה מספר גדול יותר מהמספר שתַראה הקובייה?

17. זורקים שתי קוביות משחק הוגנות.
    א. מה ההסתברות שבכל אחת משתי הקוביות יתקבל מספר זוגי?
    ב. מה ההסתברות שלפחות באחת משתי הקוביות יתקבל מספר זוגי?
    ג. מה ההסתברות שבדיוק באחת משתי הקוביות יתקבל מספר זוגי?
    ד. מה ההסתברות שבכל אחת משתי הקוביות יתקבל מספר זוגי גדול מ- 2?

18. באוניברסיטה גדולה 40% מכלל הלומדים הן סטודנטיות.
    בוחרים באקראי שלושה מהלומדים באוניברסיטה.
    א. מה ההסתברות שייבחרו שני סטודנטים וסטודנטית אחת?
    ב. מה ההסתברות שייבחרו לפחות שתי סטודנטיות?

19. תרופה למחלה מסוימת מצליחה לרפא 80% מהחולים.
שלושה חולים לוקחים את התרופה.
חשבו את ההסתברויות הבאות:
א. שלושת החולים יחלימו בעזרת התרופה.
ב. לפחות חולה אחד יחלים בעזרת התרופה.
ג. לכל היותר חולה אחד יחלים בעזרת התרופה.

20. כיתות י1 ו- י2 צריכות לבחור נציג אחד מכל כיתה למועצת התלמידים של בית הספר.
בכל כיתה הגישו את מועמדותם שישה תלמידים: ארבע בנות ושני בנים.
כל כיתה החליטה לבחור את הנציג בדרך שונה.

הבחירות בכיתה י1

בוחרים באקראי אחד מבין השישה.
א. ירון הוא אחד המועמדים בכיתה י1. מה ההסתברות שירון ייבחר?
ב. נעמה היא אחת המועמדות בכיתה י1. מה ההסתברות שנעמה תיבחר?

הבחירות בכיתה י2

- מטילים מטבע.
- אם יצא "פנים" – תייצג בת את הכיתה. הנציגה תיבחר באקראי מבין ארבע הבנות.
  אם יצא "גב" – ייצג בן את הכיתה. הנציג ייבחר באקראי מבין שני הבנים.

ג. אסף הוא אחד המועמדים בכיתה י2. מה ההסתברות שאסף ייבחר?
ד. הילה היא אחת המועמדות בכיתה י2. מה ההסתברות שהילה תיבחר?
ה. הדס, שרוצה מאוד להיבחר למועצת התלמידים של בית הספר, צריכה לבחור באיזו כיתה כדאי לה ללמוד, על מנת שסיכוייה להיבחר למועצה יהיו הגדולים ביותר. באיזו כיתה עליה לבחור? נמקו.

21. אימא של יעל אופה לה כל שנה עוגה ליום ההולדת.
ההסתברות שעוגה שהיא אופה תצליח היא 0.4.
אם העוגה הראשונה שהיא אופה לא מוצלחת, היא אופה עוגה שנייה.
אם גם העוגה השנייה לא מוצלחת היא הולכת לקנות עוגה.
א. מה ההסתברות שאימא של יעל תצליח לאפות עוגה רק בפעם השנייה?
ב. ליעל יש יום הולדת. מה ההסתברות שאימא שלה תלך לקנות עוגה?
ג. מה ההסתברות שאימא של יעל תצליח לאפות עוגה?

22. 30% מהרכבות במדינת מסוימת יוצאות באיחור.
90% מאלה שיוצאות באיחור מגיעות באיחור.
ידוע כי רק 60% מהרכבות היוצאות בזמן מגיעות בזמן.
א. מה ההסתברות לצאת מתחנת המוצא בזמן ולהגיע באיחור?
ב. מה ההסתברות לצאת מתחנת המוצא בזמן ולהגיע בזמן המתוכנן?
ג. מה ההסתברות לצאת מתחנת המוצא באיחור ולהגיע בזמן המתוכנן?
ד. מה ההסתברות לצאת מתחנת המוצא באיחור ולהגיע באיחור?
ה. מהו סכום ההסתברויות שהתקבלו בסעיפים א- ד. הסבירו את משמעות התוצאה.

23. בכל אחד משני שקים שמים 10 כדורים בשלושה צבעים: אדום, כחול וצהוב.
א. כמה כדורים מכל צבע אפשר לשים בשק א, כדי שההסתברות להוציא כדור כחול משק זה תהיה $\frac{1}{5}$? (רשמו אפשרות אחת).
ב. כמה כדורים מכל צבע אפשר לשים בשק ב, כדי שההסתברות להוציא כדור כחול תהיה $\frac{1}{5}$, וההסתברות להוציא כדור אדום תהיה $\frac{1}{2}$?
ג. הסתמכו על התשובות שקיבלתם בסעיפים א ו- ב, וענו:
בוחרים באקראי את אחד השקים, ולאחר מכן מוציאים ממנו באקראי כדור אחד.
מה ההסתברות שהכדור שהוצא הוא כדור כחול?

24. שתי חברות רשאיות לגשת למכרז לבניית שכונה חדשה: חברה א וחברה ב.
ההסתברות שחברה א תיגש למכרז היא 0.6.
ההסתברות שחברה ב תיגש למכרז תלויה בהחלטה של חברה א.
אם חברה א ניגשת למכרז, אז ההסתברות שחברה ב תיגש למכרז היא 0.3.
אם חברה א לא ניגשת למכרז, אז ההסתברות שחברה ב תיגש למכרז היא 0.8.
א. מה ההסתברות ששתי החברות ייגשו למכרז?
ב. מה ההסתברות שחברה א תיגש למכרז וחברה ב לא תיגש למכרז?
ג. מה ההסתברות ש**רק** אחת משתי החברות תיגש למכרז?

25. כל קונה ב"נייס בורגר" מקבל כרטיס הגרלה עם **שמונה משבצות**.
בשתיים מהמשבצות "מוסתרות" תמונות של המבורגר.
הקונה מגרד משבצת אחת ולאחר מכן מגרד משבצת שניה.
אם גם במשבצת הראשונה וגם במשבצת השנייה מופיעה תמונה של המבורגר, הקונה זוכה במנה נוספת.

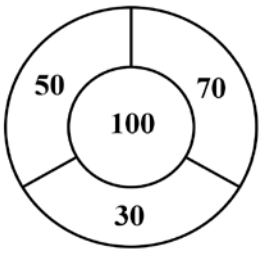


א. מה ההסתברות לזכות במנה נוספת במסעדת "נייס בורגר"?
ב. שבועיים לאחר מכן, נפתחה מסעדה מתחרה "טעם בורגר" שנתנה לקונים כרטיס דומה: בכרטיס זה **שתים עשרה משבצות**.
בשלוש מהמשבצות "מוסתרות" תמונות של המבורגרים.
הקונה מגרד משבצת אחת ולאחר מכן מגרד משבצת שניה.
אם גם במשבצת הראשונה וגם במשבצת השנייה מופיעה תמונה של המבורגר, הקונה זוכה במנה נוספת.
מה ההסתברות לזכות במנה נוספת במסעדת "טעם בורגר"?



ג. באיזו משתי המסעדות הסיכוי לזכות במנה נוספת גדול יותר?

26. לוח משחק של קליעה למטרה מורכב מארבעה אזורים, שבתוך כל אחד מהם רשומים מספרים (ראו ציור).
אורית יורה פעם אחת חץ ללוח המטרה.
ההסתברות שאורית תפגע בלוח המטרה היא 0.8.
כאשר אורית פוגעת במטרה:



- ההסתברות שלה לפגוע באזור של 100 נקודות היא $\frac{1}{2}$
- ההסתברות שלה לפגוע <u>בכל אחד</u> מן האזורים של 30, 50, 70 נקודות היא $\frac{1}{6}$

א. מה ההסתברות של אורית לפגוע במטרה וגם לזכות ב- 100 נקודות?
ב. מה ההסתברות של אורית לפגוע במטרה וגם לזכות בפחות מ- 100 נקודות?
ג. מה ההסתברות של אורית לפגוע במטרה וגם לזכות ביותר מ- 50 נקודות?
ד. מה ההסתברות של אורית לזכות בפחות מ- 100 נקודות או לא לזכות בכלל בנקודות?

תשובות

1. (א) $\frac{2}{9}$ (ב) $\frac{22}{45}$
2. $\frac{27}{50}$
3. (א) $\frac{3}{10}$ (ב) $\frac{4}{10}$ (ג) $\frac{3}{10}$
4. 0.775
5. (א) $\frac{5}{18}$ (ב) $\frac{11}{18}$
6. 0.29
7. (א) $\frac{1}{126}$ (ב) $\frac{2}{15}$ (ג) $\frac{1}{630}$ (ד) $\frac{629}{630}$
8. 0.967
9. (א) 0.22 (ב) 0.985
10. (א) $\frac{4}{9}$ (ב) $\frac{20}{27}$
11. (א) 0.336 (ב) 0.452 (ג) 0.976
12. (א) 0.008 (ב) 0.992
13. (א) 0.94 (ב) 0.6
14. (א) $\frac{25}{72}$ (ב) $\frac{25}{27}$
15. (א) $\frac{1}{8}$ (ב) $\frac{7}{8}$
16. (א) $\frac{1}{6}$ (ב) $\frac{1}{4}$
17. (א) $\frac{1}{4}$ (ב) $\frac{3}{4}$ (ג) $\frac{1}{2}$ (ד) $\frac{1}{9}$
18. (א) 0.432 (ב) 0.352
19. (א) 0.512 (ב) 0.992 (ג) 0.104
20. (א) $\frac{1}{6}$ (ב) $\frac{1}{6}$ (ג) $\frac{1}{4}$ (ד) $\frac{1}{8}$

(ה) בכיתה י1 ההסתברות שלה להיבחר היא $\frac{1}{6}$ ובכיתה י2 ההסתברות שלה להיבחר היא $\frac{1}{8}$. לכן, עדיף לה לבחור בכיתה י1.

21. (א) 0.24 (ב) 0.36 (ג) 0.64
22. (א) 0.28 (ב) 0.42 (ג) 0.03 (ד) 0.27

(ה) הסכום הוא 1 כי בסעיפים א – ד מפורטות כל האפשרויות לגבי יציאה והגעה של הרכבת (איחוד כל האפשרויות הוא מאורע ודאי).

23. (א) לדוגמה: 2 כדורים כחולים, 4 כדורים אדומים ו- 4 כדורים צהובים.
(ב) 2 כדורים כחולים, 5 כדורים אדומים ו- 3 כדורים צהובים.
(ג) $\frac{1}{5}$

24. (א) 0.18 (ב) 0.42 (ג) 0.74

25. (א) $\frac{1}{28}$ (ב) $\frac{1}{22}$ (ג) במסעדת "טעם בורגר"

26. (א) 0.4 (ב) 0.4 (ג) $\frac{8}{15}$ (ד) 0.6