2.3 התפלגות נורמלית

1. ציוני הבחינה בבית-ספר גדול מתפלגים נורמלית.
הציון הממוצע הוא 68, וסטיית התקן היא 10.
   א. רשמו את חציון ציוני הבחינה? נמקו.
   ב. בוחרים באקראי תלמיד. מה ההסתברות שציונו גבוה מ- 88?
   ג. בוחרים באקראי תלמיד. מה ההסתברות שציונו בין 58 ל- 88?
   ד. מספר התלמידים שציוניהם בבחינה הם בין 58 ל- 88 הוא 902.
   מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה, לגבי מספר התלמידים בבית הספר שניגשו לבחינה? נמקו.

2. בבית ספר מסוים יש 300 תלמידים. התפלגות הגבהים שלהם היא התפלגות נורמלית.
הגובה השכיח של התלמידים הוא 165 ס״מ, וסטיית התקן היא 4 ס״מ.
   א. מה אחוז התלמידים בבית הספר שגובהם מתחת ל- 161 ס״מ?
   ב. כמה תלמידים שגובהם מתחת ל- 161 ס״מ נצפה למצוא בבית הספר?
   ג. מהו אחוז התלמידים בבית הספר שגובהם בין 161 ס״מ ל- 169 ס״מ?

3. נתונה רשימת ציוני תלמידים במבחן ארצי.
הציונים ברשימה מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן 8.
84% מהציונים נמוכים מהציון 80.
   א. מהו הממוצע של ציוני התלמידים?
   ב. בוחרים באקראי ציון אחד מתוך הרשימה.
   מה ההסתברות שהציון הנבחר נמוך מ- 56?
   ג. למבחן ניגשו 93,400 תלמידים. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה לגבי מספר התלמידים שקיבלו ציון הגבוה מ- 56 אך נמוך מ- 80?
   ד. התלמידים שהשיגו את הציונים הגבוהים ביותר זכו לציון לשבח.
   הוחלט שרק 2% מהתלמידים יקבלו ציון לשבח.
   מהו הציון הנמוך ביותר המזכה את התלמיד בציון לשבח?

4. האורך של מלפפונים בזמן הקטיף מתפלג נורמלית עם ממוצע של 5 ס״מ.
כדי לארוז את המלפפונים בקופסאות שימורים ממיינים אותם לשלוש קבוצות:
   i. מלפפונים שאורכם אינו עולה על 5 ס״מ.
   ii. מלפפונים שאורכם גדול או שווה ל- 5 ס״מ, אך קצרים מ- 6.5 ס״מ.
   iii. שאר המלפפונים.
   א. המלפפונים בקבוצה השנייה מהווים 34% מכלל המלפפונים.
   מצאו את סטיית התקן של אורך המלפפונים בזמן הקטיף.
   ב. (1) איזה חלק מהמלפפונים נמצאים בקבוצה הראשונה?
   (2) איזה חלק מהמלפפונים נמצאים בקבוצה השלישית?
   ג. בית האריזה קיבל הזמנה מיוחדת למלפפונים שאורכם בין 2 ס״מ ל- 5 ס״מ.

מהו אחוז המלפפונים המתאימים לדרישות ההזמנה?

5. בית חרושת מזמין משלוח של חומר גלם מדי יום.
כמות חומר הגלם המוזמנת מתפלגת נורמלית עם ממוצע של 20 טון חומר גלם ביום, וסטיית התקן של 3 טונות.
בשל קשיי אספקה, הוסכם מראש, שכאשר כמות חומר הגלם המוזמנת קטנה מ- 14 טון או גדולה מ- 26 טון, ישלם בית החרושת לספק תשלום נוסף.
א. חשבו את ההסתברות שביום מסוים כמות חומר הגלם המוזמנת תהיה קטנה מ- 14 טון.
ב. חשבו את ההסתברות שביום מסוים כמות חומר הגלם המוזמנת תהיה גדולה מ- 26 טון.
ג. מצאו את ההסתברות שביום מסוים בית החרושת לא ישלם תשלום נוסף.

6. ציוני הבחינות בבית ספר גדול מתפלגים נורמלית.
הציון הממוצע הוא 68, וסטיית התקן היא 8.
א. רשמו את החציון של הציונים. נמקו.
ב. תלמיד נחשב מצטיין כאשר ציונו מעל 84.
מה אחוז התלמידים המצטיינים בבית הספר?
ג. בוחרים באקראי תלמיד. מה ההסתברות שציונו בין 56 ל- 84?
ד. בוחרים באקראי תלמיד. מה ההסתברות שציונו בין 52 ל- 80?

7. נתונה רשימת ציוני תלמידים במבחן ארצי.
הציונים ברשימה מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן 6.
69% מהציונים נמוכים מהציון 70.
א. בוחרים באקראי ציון אחד מתוך הרשימה.
מה ההסתברות שהציון הנבחר הוא בין 55 ל- 70?
ב. מספר התלמידים שקיבלו במבחן הארצי ציון בין 55 ל- 70 היה 63,240.
מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה, לגבי מספר התלמידים שניגשו לבחינה?
ג. מהי ההערכה שניתן להסיק מהנתון שבסעיף הקודם, לגבי מספר התלמידים שקיבלו במבחן הארצי ציון בין 64 ל-79?
ד. הוחלט, כי 2% מהתלמידים שקיבלו את הציונים הנמוכים ביותר, יקבלו תגבור בלימודים. האם תלמיד שציונו היה 50 יקבל תגבור או לא? נמקו.

8. הגובה של צמח נוי מסוג מסוים מתפלג נורמלית עם ממוצע של 65 ס״מ.
ידוע שרבע מהצמחים מגיעים לגובה העולה על 75 ס״מ.
א. מה ההסתברות לבחור באקראי צמח נוי שגובהו מעל הממוצע, אך נמוך מ- 75 ס״מ?
ב. מה אחוז הצמחים שגובהם נמוך מ- 55 ס״מ? נמקו.

9. ציוני בחינה בבית ספר גדול מתפלגים נורמלית.
הציון הממוצע הוא 72.
20% מהתלמידים קיבלו ציון הנמוך מ- 66.
א. לבחינה ניגשו 980 תלמידים.
מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה, לגבי מספר התלמידים שקיבלו ציון הנמוך מהממוצע, אך גבוה מ- 66? נמקו.
ב. בוחרים לתחרות את 20% מהתלמידים בעלי הציונים הגבוהים ביותר.
מהו הציון הנמוך ביותר הדרוש כדי להשתתף בתחרות? נמקו.

10. במפעל מסוים יש התפלגות נורמלית של גיל העובדים.
הגיל הממוצע במפעל הוא 42 שנה, וסטיית התקן היא 4 שנים.
אחת לשנה מבצע המפעל בדיקות רפואיות רגילות לכל העובדים שגילם מעל 48.
לעובדים שגילם מעל 52 שנה, מבצע המפעל בנוסף גם בדיקות רפואיות מעמיקות.
א. איזה חלק מהעובדים עוברים בדיקה רפואית כלשהי במסגרת המפעל?
ב. איזה חלק מהעובדים עוברים בדיקות רפואיות מעמיקות?
ג. ידוע שמספר העובדים במפעל הוא 6,800. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה, לגבי מספר העובדים העוברים בדיקות רפואיות רגילות בלבד?

11. בית חרושת מזמין משלוח של חומר גלם מדי יום. כמות חומר הגלם המוזמנת מתפלגת נורמלית עם ממוצע של 20 טון חומר גלם ביום, וסטיית תקן של 4 טונות.
בשל קשיי אספקה, הוסכם מראש, שכאשר כמות חומר הגלם המוזמנת קטנה מ- 14 טון או גדולה מ- 26 טון, ישלם בית החרושת לספק תשלום נוסף.
א. קבעו לאיזה בין שני המקרים הבאים יש הסתברות גבוהה יותר להתרחש, או שלשניהם הסתברות שווה, ונמקו:
(1) בית חרושת משלם ביום מסוים תשלום נוסף, כיוון שכמות חומר הגלם המוזמנת קטנה מ- 14 טון.
(2) בית חרושת משלם ביום מסוים תשלום נוסף, כיוון שכמות חומר הגלם המוזמנת גדולה מ- 26 טון.
ב. מה ההסתברות שביום מסוים בית החרושת ישלם תשלום נוסף?
ג. בשל שבתות וחגים, היו במהלך שנה אחת 300 משלוחים. מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה, לגבי מספר המשלוחים שעבורם נדרש המפעל לשלם תשלום נוסף?

12. הגובה של צמח נוי מתפלג נורמלית עם ממוצע של 65 ס״מ. סטיית התקן היא 6 ס״מ.
א. מה אחוז צמחי הנוי שגובהם בין 68 ס״מ ל- 74 ס״מ?
ב. הצמחים שנמוכים מ- 62 ס״מ פסולים ליצוא, ונמכרים בשוק המקומי.
איזה חלק מהצמחים מועברים ליצוא?
ג. הצמחים שנמוכים מ- 56 ס״מ נמכרים בשוק המקומי בהוזלה.

איזה חלק, מהצמחים שנפסלו ליצוא נמכרים בשוק המקומי בהוזלה?

13. הקוטר של עגבניות שרי מתפלג נורמלית עם ממוצע של 1.8 ס״מ, וסטיית תקן של 0.3 ס״מ. לצורך אריזה מתאימה מיינים את העגבניות לשלוש קבוצות:
    i. עגבניות שקוטרן קטן או שווה ל- 1.5 ס״מ.
    ii. עגבניות שקוטרן גדול מ- 1.5 ס״מ אך קטן או שווה ל- 2.1 ס״מ.
    iii. שאר העגבניות.

    א. איזה חלק מהעגבניות יש בכל קבוצה?
    ב. בוחרים עגבנייה באופן אקראי. מה ההסתברות שקוטרה גדול מ- 1.5 ס״מ?

14. הקוטר של עגבניות שרי מתפלג נורמלית. הקוטר השכיח ביותר הוא 1.8 ס״מ. שליש מבין העגבניות הן עם קוטר העולה על 2.2 ס״מ.
    א. מבין שליש העגבניות הקטנות ביותר, מהו קוטרה של העגבנייה הגדולה ביותר? נמקו.
    ב. מה ההסתברות לבחור באקראי עגבנייה שקוטרה מעל 1.4 ס״מ אך קטן מהממוצע?

15. ציונים של מבחני כניסה לאוניברסיטה מתפלגים נורמלית.
    ממוצע הציונים במבחן היה 76 נקודות, וסטיית התקן הייתה 8 נקודות.
    בשנה מסוימת התקבלו 20% מהנבחנים, בעלי ההישגים הגבוהים ביותר במבחני הכניסה.
    א. דליה, שנבחנה באותה שנה, קיבלה ציון 84.
    האם דליה התקבלה לאוניברסיטה? נמקו.
    ב. 384 מועמדים קיבלו במבחני הכניסה ציון נמוך מ- 60.
    מהי ההערכה שניתן להסיק מנתון זה, לגבי מספר המועמדים שניגשו למבחן הכניסה לאוניברסיטה?

16. אורך חיים של נורת חשמל (הזמן שבו הנורה דולקת עד שהיא נשרפת) מתפלג נורמלית עם ממוצע של 700 שעות וסטיית תקן של 90 שעות.
    א. מה אחוז הנורות שדולקות פחות מ- 610 שעות עד שהן נשרפות?
    ב. מה אחוז הנורות שדולקות יותר מ- 880 שעות עד שהן נשרפות?
    ג. מה ההסתברות שנורה תדלק בין 610 שעות ל- 880 שעות עד שהיא נשרפת?
    ד. מה ההסתברות שנורה תדלק בין 520 שעות ל- 700 שעות עד שהיא נשרפת?

17. הציונים של מבחן פסיכומטרי מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 530 נקודות, וסטיית תקן של 90 נקודות.
בטבלה שלפניכם מוצג ציון הסף (הציון הנמוך ביותר) שיש להשיג כדי להתקבל לשלושה חוגי לימוד בשתי אוניברסיטאות:

	חוג א	חוג ב	חוג ג
אוניברסיטה 1	440	530	620
אוניברסיטה 2	530	620	710

א. מה ההסתברות שתלמיד שנבחן במבחן הפסיכומטרי יוכל להתקבל לחוג ג באוניברסיטה 1.
ב. מה ההסתברות שתלמיד שנבחן במבחן הפסיכומטרי יוכל להתקבל לחוג א באוניברסיטה 1, אך לא לחוג א באוניברסיטה 2?
ג. מה ההסתברות שתלמיד שנבחן במבחן הפסיכומטרי יוכל להתקבל לחוג ב באוניברסיטה 1, אך לא לחוג ג באותה אוניברסיטה?
ד. חשבו את ההסתברות שתלמיד שנבחן במבחן פסיכומטרי יוכל להתקבל לחוג א באוניברסיטה 1, אך לא לחוג ג, באוניברסיטה 2.

18. משקל ביצים מתפלג נורמלית עם ממוצע של 62 גר׳.
16% מכלל הביצים הן כבדות ומשקלן מעל 68 גר׳. ביצים אלה (הכבדות) נארזות בנפרד.
א. מצאו את סטיית התקן של התפלגות משקל הביצים.
ב. מצאו את ההסתברות שמשקל ביצה שנבחרה באקראי מבין הביצים יהיה פחות מ- 56 גר׳.
ג. הסבירו מדוע אחוז הביצים שמשקלן מעל 65 גר׳ זהה לאחוז הביצים שמשקלן מתחת ל- 59 גר׳?

19. תנובת החלב היומית של פרות מתפלג נורמלית. ידוע ש- 16% מהפרות מניבות פחות מ- 20 ליטר ביום, ו- 2% מהפרות מניבות פחות מ- 10 ליטר ביום.
א. חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של תנובת החלב היומית של הפרות.
ב. מה אחוז הפרות שמניבות יותר מ- 30 ליטר?
ג. מה אחוז הפרות שמניבות יותר מ- 15 ליטר?

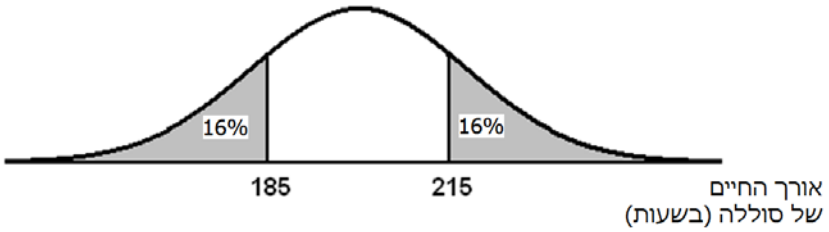
20. בחוג מסוים באוניברסיטה נערכו מבחני כניסה באנגלית ובמתמטיקה.
הציונים של הנבחנים התפלגו נורמלית. דני ניגש לשני מבחנים אלה.
בטבלה מוצגים: הממוצע, סטיית התקן, והציון שקיבל דני בכל אחד מהמקצועות:

מקצוע	ממוצע	סטיית התקן	הציון שקיבל דני
אנגלית	62	5	67
מתמטיקה	68	8	72

באיזה משני המבחנים הדרוג של דני היה גבוה יותר בהשוואה לשאר הנבחנים? נמקו.

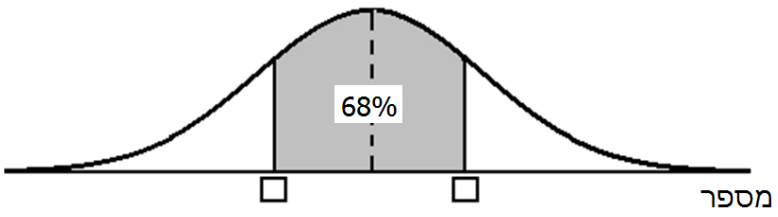
21. באזור מסוים בארץ נערכו שני מבחנים משווים בהבנת הנקרא.
הציונים בכל אחד מהמבחנים התפלגו נורמלית.
ממוצע הנקודות במבחן א היה 75, וסטיית התקן הייתה 6 נקודות.
ממוצע הנקודות במבחן ב היה 71, וסטיית התקן הייתה 8 נקודות.
א. יובל ניגש לשתי הבחינות, וקיבל בשתי הבחינות אותו ציון: 80.
באיזה מבחן הצליח יובל יותר בהשוואה לשאר התלמידים שנבחנו? נמקו.
ב. גם הדס ניגשה לשתי הבחינות, ובשתיהן קיבלה אותו ציון: 87.
באיזה מבחן הצליחה הדס יותר בהשוואה לשאר התלמידים שנבחנו? נמקו.

22. אורך החיים של סוללות מתפלג נורמלית. אורך החיים נמדד בשעות.
לפניכם גרף המתאר את ההתפלגות של אורך החיים של סוללה:



א. (1) מצאו את אורך החיים הממוצע של הסוללה.
(2) מצאו את סטיית התקן.
ב. 2% מהסוללות, שאורך החיים שלהן הוא הנמוך ביותר, נחשבות לפגומות.
מצאו את אורך החיים של סוללה אשר מתחתיו היא נחשבת פגומה.
ג. איזה אחוז מהסוללות פועלות יותר מ- 222.5 שעות?
ד. מפעל קנה 1,000 סוללות. כמה מהן עשויות לפעול למעלה מ- 222.5 שעות?

23. קבוצה של מספרים מתפלגת נורמלית. ידוע כי המספר 40 גדול מממוצע המספרים בשתי סטיות תקן, ו- 2% מהמספרים הם מתחת למספר 20.
א. (1) חשבו את ממוצע קבוצת המספרים.
(2) חשבו את סטיית התקן של קבוצת המספרים.
ב. מהו המספר הנמוך ביותר ש- 84% מהמספרים גדולים ממנו?
ג. בגרף שלפניכם השטח הצבוע הוא סימטרי ביחס לממוצע.
בין אילו שני מספרים נמצאים 68% מהמספרים הקרובים ביותר לממוצע (ראו סרטוט)?



24. הגובה של קבוצת בנים מתפלג נורמלית.

הגובה של 69% מהבנים נמוך מ- 178 ס״מ.

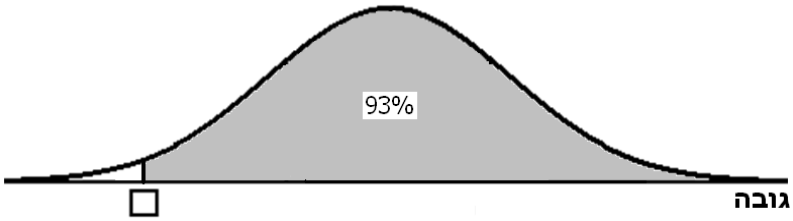
הגובה של 69% מהבנים מעל 170 ס״מ.

א. (1) חשבו את הממוצע של הגבהים.

(2) חשבו את סטיית התקן של הגבהים.

ב. (1) השלימו את המספר החסר בסרטוט.

(2) מה המשמעות של מספר זה על פי הנתונים שבסרטוט?

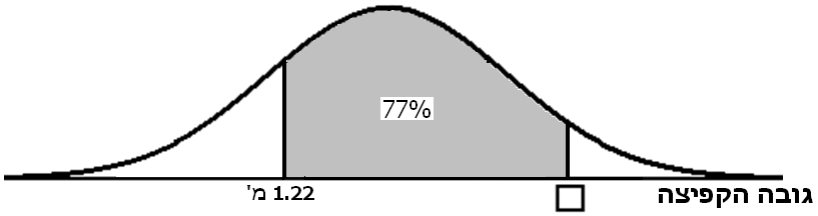


25. ההישגים בקפיצה לגובה של קבוצת בנים מתפלגים נורמלית עם ממוצע 1.3 מ׳.

גובה הקפיצה של 99.5% מהבנים היא מתחת ל- 1.5 מ׳.

א. חשבו את סטיית התקן של גובה הקפיצה.

ב. היעזרו בנתונים שבגרף והשלימו את גובה הקפיצה החסר.



תשובות:

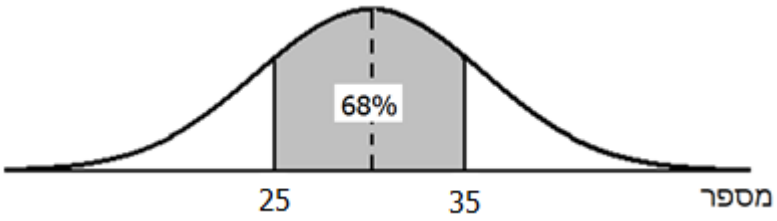
1. (א) בהתפלגות נורמלית החציון שווה לממוצע והוא 68 (ב) 0.02 (2%).
(ג) 0.82 (82%) (ד) 1,100 תלמידים, כי 902 תלמידים הם 82% מהתלמידים שניגשו לבחינה, ולכן 100% הם 1,100 תלמידים.
2. (א) 16% (ב) 48 תלמידים (ג) 68%
3. (א) 72 (ב) 0.02 (2%) (ג) 76,588 תלמידים (ד) 88
4. (א) 1.5 ס״מ (ב) (1) 50% בקבוצה הראשונה (2) 16% בקבוצה השלישית (ג) 48%
5. (א) 0.02 (2%) (ב) 0.02 (2%) (ג) 0.96 (96%)
6. (א) 68, כי בהתפלגות נורמלית הממוצע והחציון זהים. (ב) 2% (ג) 0.91 (91%)
(ד) 0.91 (91%)
7. (א) 0.67 (67%) (ב) 94,388 תלמידים (ג) 63,240 תלמידים
(ד) כן, כי תלמידים שציונם פחות מ- 55 יקבלו תגבור.
8. (א) 0.25 (25%)
(ב) 0.25 (25%), כי גרף ההתפלגות הנורמלית הוא סימטרי ביחס לממוצע.
9. (א) 294 תלמידים, כי מדובר ב- 30% מ- 980 תלמידים.
(ב) 78, כי גרף ההתפלגות הנורמלית הוא סימטרי ביחס לממוצע.
10. (א) 7% מהעובדים (ב) 0.5% מהעובדים (ג) 442 עובדים
11. (א) משיקולי סימטריה יש לשני המקרים אותה ההסתברות, או: לשני המקרים יש אותה ההסתברות 0.07 (7%). (ב) 0.14 (14%) (ג) 42 משלוחים.
12. (א) 24% (ב) 69% (ג) $\frac{7}{31}$
13. (א) 16% בקבוצה הראשונה, 68% בקבוצה השנייה, 16% בקבוצה השלישית.
(ב) 0.84 (84%)
14. (א) 1.4 ס״מ, כי גרף ההתפלגות הנורמלית הוא סימטרי ביחס לממוצע. (ב) $\frac{1}{6}$
15. (א) דליה התקבלה לאוניברסיטה, כי רק 16% מהציונים היו גבוהים מהציון של דליה (84), ולכן הציון שלה כלול ב- 20% של הציונים הגבוהים ביותר. (ב) 19,200 מועמדים
16. (א) 16% (ב) 2% (ג) 0.82 (82%) (ד) 0.48 (48%)
17. (א) 0.16 (16%) (ב) 0.34 (34%) (ג) 0.34 (34%) (ד) 0.82 (82%)
18. (א) 6 גרם (ב) 0.16 (16%) (ג) כי גרף ההתפלגות הנורמלית הוא סימטרי ביחס לממוצע.
19. (א) $\bar{x}=30$ ליטר ליום, $s = 10$ ליטר ליום (ב) 50% (ג) 93%
20. אנגלית, כי במבחן באנגלית קיבלו 16% מהנבחנים ציונים הגבוהים מציונו של דני, אך במבחן במתמטיקה קיבלו 31% מהנבחנים ציונים הגבוהים מציונו של דני.

21. (א) מבחן ב, כי במבחן ב יובל נמצא בין 16% מהנבחנים שקיבלו את הציונים הגבוהים ביותר (מעל 79), ואילו במבחן א יובל לא נמצא בין 16% מהנבחנים שקיבלו את הציונים הגבוהים ביותר (מעל 81). (ב) הדס הצליחה בשני המבחנים באותה מידה, כי בשניהם ציונה גבוה בשתי סטיות תקן מהממוצע.

22. (א) (1) 200 שעות (2) 15 שעות (ב) 170 שעות (ג) 7% (ד) 70 סוללות

23. (א) (1) 30 (2) 5 (ב) 25

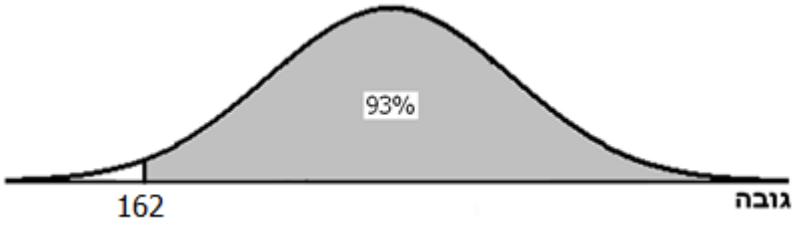
(ו



המשמעות: בין 25 ל- 35 נמצאים 68% מהמשקים וזקן דבים ביותר לממוצע.

24. (א) (1) 174 ס״מ (2) 8 ס״מ

(ב) (1)



(2) המשמעות: [illegible]

25. (א) 0.08 מ׳

(ב)

