1.2 סדרות חשבוניות וסדרות הנדסיות

1. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה: $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = a_n + 3 \end{cases}$

   א. רשמו את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.
   ב. הסבירו מדוע הסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית עולה.
   ג. מצאו את האיבר ה- 57 בסדרה.

2. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה: $\begin{cases} a_1 = 50 \\ a_{n+1} = a_n - 2 \end{cases}$

   א. רשמו את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.
   ב. הסבירו מדוע הסדרה הנתונה היא סדרה חשבונית יורדת.
   ג. מהו הפרש הסדרה?
   ד. חשבו את הסכום של עשרת האיברים הראשונים של הסדרה.

3. נתונים כל המספרים התלת ספרתיים : 100 , 101 , 102 ,..... , 999.
   א. כמה מספרים תלת-ספרתיים קיימים?
   ב. כמה מספרים תלת-ספרתיים מתחלקים ב- 5 (בלי שארית)?
   ג. כמה מספרים תלת-ספרתיים אינם מתחלקים ב- 5?

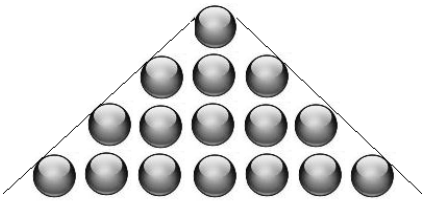
4. המספר התלת-ספרתי הקטן ביותר המתחלק ב- 7 בלי שארית הוא 105.
   המספר התלת-ספרתי הגדול ביותר המתחלק ב- 7 בלי שארית הוא 994.
   כמה מספרים תלת–ספרתיים מתחלקים ב- 7 בלי שארית.

5. סכום n האיברים הראשונים בסדרה החשבונית: ..., 7, 4, 1 הוא כסכום n האיברים הראשונים בסדרה החשבונית: ...., 47, 49, 51.
   מצאו את n.

6. מפעל, המייצר חלקי חילוף למכוניות, ייצר בחודש הראשון (חודש ינואר) 1,000 פריטים.
בגלל דרישות השוק, הגביר המפעל את הייצור בכל חודש ב- 100 פריטים יותר מאשר בחודש הקודם.
   א. כמה פריטים ייצר המפעל בחודש ה- 12 (חודש דצמבר)?
   ב. כמה פריטים ייצר המפעל במהלך השנה (מחודש ינואר עד חודש דצמבר)?
   ג. הרווח הנקי מכל פריט הוא 850 ₪.
   כמה הרוויח המפעל במהלך השנה (מחודש ינואר עד חודש דצמבר)?



7. במבנה עם גג משופע יש **שני קירות** תמיכה זהים.
כל קיר עשוי מעמודים אנכיים של צינורות ברזל (ראו סרטוט).
אורכו של העמוד הגבוה ביותר בכל אחד מהקירות הוא 8 מטרים.
אורכו של העמוד הקצר ביותר הוא 6 מטרים ו- 20 ס"מ.
אורכו של כל עמוד קצר מהקודם לו ב- 30 ס"מ.
   א. כמה עמודים יש בקיר תמיכה אחד?
   ב. בכמה מטרים של צינור ברזל השתמשו לבניית שני הקירות?
   ג. מחירו של מטר אחד צינור ברזל הוא 20 ₪.
   מה המחיר ששילמו עבור צינורות הברזל לבניית שני הקירות?



8. על שולחן מסדרים כדורים בצורת משולש באופן הבא:
בשורה הראשונה – כדור אחד, בשורה השנייה – 3 כדורים,
בשורה השלישית – 5 כדורים וכן הלאה (ראו סרטוט).
   א. כמה כדורים יהיו בשורה העשירית?
   ב. מהו מספר הכדורים הדרוש ליצירת משולש שבו 10 שורות?
   ג. לבניית משולש משתמשים ב- 289 כדורים.
   כמה שורות של כדורים יהיו במשולש זה?

9. אבן, הנופלת באופן חופשי, עוברת בשנייה הראשונה מרחק של 5 מטרים, ובכל אחת מן השניות הבאות היא עוברת 10 מטרים יותר מאשר בשנייה הקודמת לה.
כדי למדוד את העומק של בור, שחררו אבן שנפלה באופן חופשי לתחתית הבור.
   א. מה המרחק שעברה האבן בשנייה החמישית?
   ב. האבן הגיעה לתחתית הבור כעבור 5 שניות מתחילת הנפילה. מה עומק הבור?

10. דני צריך לשלוח בדואר 4 חבילות במשקלים שונים.
עלות הבולים למשלוח החבילה תלויה במשקל החבילה.
מחירי הבולים הנ"ל יוצרים סדרה חשבונית.
מחיר הבול היקר ביותר גדול פי 3 מהבול הזול ביותר.
סך הכול שילם דני 120 ₪.
א. מהו מחיר הבול הזול ביותר?
ב. מהו מחיר הבול היקר ביותר?

11. אלון ונדב מתכוננים לבחינה הפסיכומטרית.
כל אחד מהם צריך ללמוד 580 מילים חדשות.
אלון החליט שילמד מדי יום 20 מילים.
נדב בנה תכנית עבודה כך, שביום הראשון ילמד 10 מילים ומדי יום ילמד שתי מילים יותר מאשר ביום הקודם.
א. כמה ימים למד אלון לבחינה?
ב. מי מבין השניים יסיים את לימוד המילים מוקדם יותר? נמקו.

12. ספורטאי הלך 7 שעות רצופות.
בכל שעה עבר מרחק השווה ל- $\frac{4}{5}$ מהמרחק שעבר בשעה הקודמת.
בשעה השלישית הוא עבר 4,000 מטר.
א. חשבו את המרחק שעבר הספורטאי בשעה הראשונה.
ב. חשבו את כל המרחק שעבר הספורטאי במשך 7 שעות.

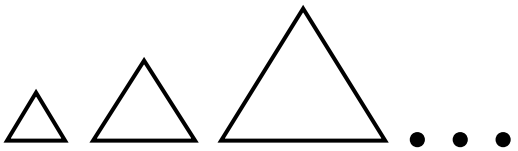
13. בסדרה הנדסית עולה האיבר החמישי הוא 48 והאיבר השביעי הוא 192.
א. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.
ב. חשבו את סכום שבעת האיברים הראשונים בסדרה.

14. יש להכניס שלושה מספרים בין המספרים 31 ל- 496, כך שתתקבל סדרה הנדסית שבה חמישה איברים.
א. מצאו את האיבר השני בסדרה, המתקבל אם היא סדרה עולה.
ב. מצאו את האיבר השני בסדרה, המתקבל אם היא איננה סדרה עולה.

15. האיבר הרביעי בסדרה הנדסית הוא 1,000. מנת הסדרה היא 5.
חשבו את סכום שמונת האיברים הראשונים בסדרה.

16. בתחרות השתתפו 10 קבוצות. כל קבוצה זוכה בפרס בהתאם למיקומה בסיום התחרות.
הפרסים מהווים סדרה הנדסית שבה כל פרס קטן מקודמו פי 2.
הקבוצה במקום הראשון מקבלת את הפרס הגדול ביותר, והקבוצה במקום האחרון מקבלת את הפרס הקטן ביותר.
קבוצת "עירוני תמר" סיימה את התחרות במקום השישי וקיבלה סכום של 20,000 ₪.
א. קבוצת "צור יואב" סיימה במקום הראשון. מהו הסכום שקיבלה?
ב. קבוצת "עירוני אפרת" סיימה את התחרות במקום האחרון.
מהו הסכום שקיבלה?
ג. מהו סכום הפרסים הכולל שחולק לכל הקבוצות המשתתפות בתחרות?

17. ההיקפים של משולשים שווי-צלעות מהווים סדרה הנדסית עולה.
בסדרה ישנם 8 משולשים.
אורך הצלע של המשולש הראשון הוא 2 ס"מ,
ואורך הצלע של המשולש השני הוא 6 ס"מ.



א. מהו **ההיקף** של המשולש השלישי בסדרה?
ב. מהי **הצלע** של המשולש האחרון בסדרה?
ג. מהו סכום **ההיקפים** של שמונת המשולשים?

18. כאשר מסדרים את המשכורות של 5 עובדים בסדר עולה (מהמשכורת הנמוכה אל המשכורת הגבוהה), מקבלים סדרה הנדסית.
המשכורת הנמוכה ביותר היא 4,000 ₪, והמשכורת הגבוהה ביותר היא 8,294.40 ₪.
א. חשבו את מנת הסדרה ההנדסית.
ב. חשבו את סכום המשכורות של חמשת העובדים.
ג. חשבו את הממוצע של חמשת משכורות העובדים.

19. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על- ידי כלל הנסיגה: $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = a_n \cdot 4 \end{cases}$
א. רשמו את חמשת האיברים הראשונים בסדרה.
ב. קבעו האם הסדרה ההנדסית עולה / קבועה / יורדת.
ג. חשבו את סכום עשרת האיברים הראשונים בסדרה.
ד. חשבו את הממוצע של עשרת האיברים הראשונים בסדרה.

20. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על- ידי כלל הנסיגה: $\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_{n+1} = -3 \cdot a_n \end{cases}$

א. הסבירו מדוע הסדרה היא סדרה הנדסית.

ב. רשמו את חמשת האיברים הראשונים בסדרה.

ג. חשבו את סכום שמונת האיברים הראשונים בסדרה.

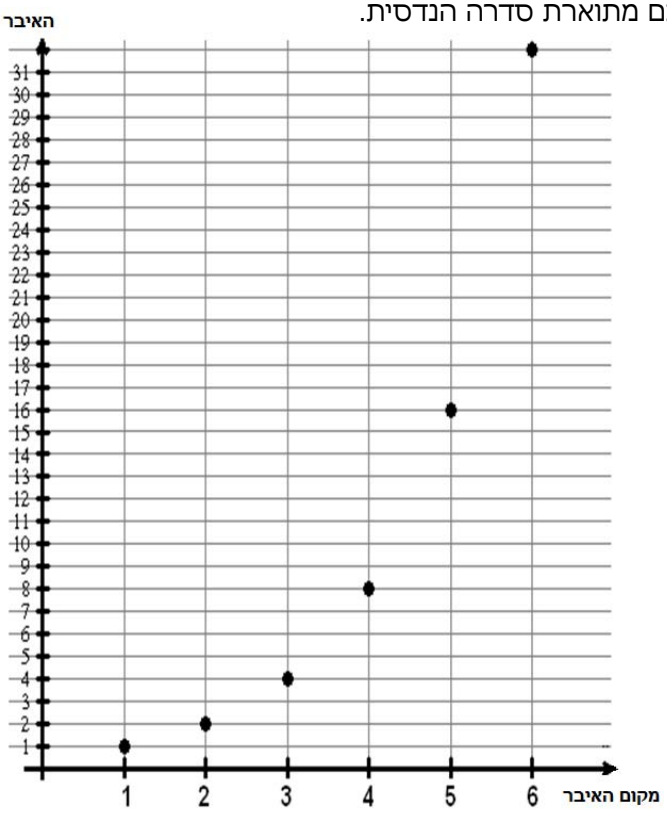
21. סדרה מוגדרת לכל n טבעי על-ידי כלל הנסיגה: $\begin{cases} a_1 = 80 \\ a_{n+1} = \frac{a_n}{2} \end{cases}$

א. רשמו את חמשת האיברים הראשונים בסדרה.

ב. הסבירו מדוע הסדרה הנתונה היא סדרה הנדסית יורדת.

ג. חשבו את סכום ששת האיברים הראשונים בסדרה.

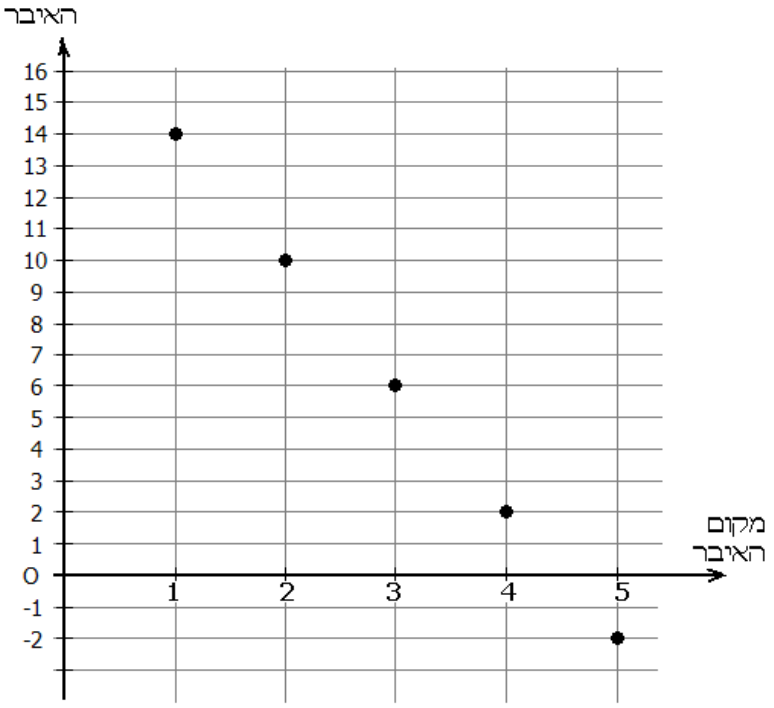
22. בגרף שלפניכם מתוארת סדרה הנדסית.



א. מצאו על-פי הגרף את האיבר הראשון בסדרה, ואת מנת הסדרה.

ב. חשבו את סכום עשרת האיברים הראשונים של הסדרה (שימו לב! חלק מהאיברים אינם מופיעים בגרף.)

23. בגרף שלפניכם מתוארים חמשת האיברים הראשונים של סדרה חשבונית.

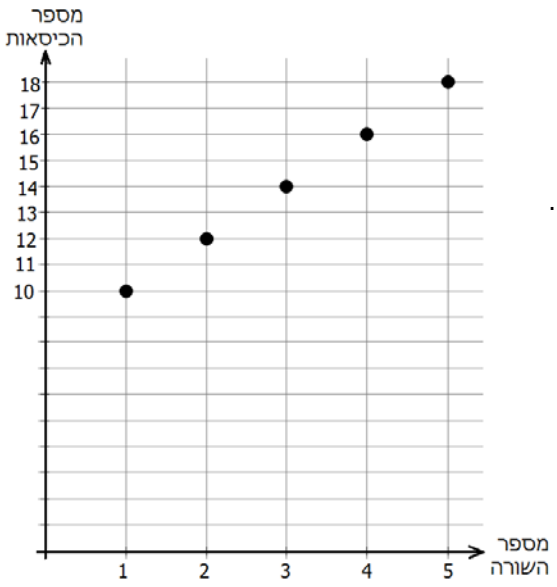


א. מצאו על-פי הגרף את האיבר הראשון בסדרה, ואת הפרש הסדרה.

ב. חשבו את סכום עשרת האיברים הראשונים של הסדרה.

ג. סכום של כמה איברים ראשונים בסדרה שווה ל- 0?

24. הגרף הבא מתאר את מספר הכיסאות באולם קולנוע, בכל אחת מחמש השורות הראשונות באולם.



א. עבור חמש השורות הראשונות, קבעו בכמה כיסאות גדולה כל שורה מהשורה הקודמת לה.

ב. בהנחה שההפרש שמצאת בסעיף א' נשאר קבוע, מצאו:

(1) כמה כסאות יש בשורה ה- 15?

(2) באולם הקולנוע יש 400 מקומות ישיבה. מהו מספר השורות באולם?

תשובות

1. (א) 14, 11, 8, 5 (ב) על-פי כלל הנסיגה כל איבר גדול ב- 3 מהאיבר הקודם לו (ג) 173
2. (א) 44, 46, 48, 50 (ב) על-פי כלל הנסיגה כל איבר קטן ב- 2 מהאיבר הקודם לו
   (ג) 2- (ד) 410
3. (א) 900 (ב) 180 (ג) 720
4. 128
5. 21
6. (א) 2,100 פריטים (ב) 18,600 פריטים (ג) 15,810,000 ₪
7. (א) 7 עמודים (ב) 99.4 מ' ג) 1,988 ₪
8. (א) 19 (ב) 100 (ג) 17
9. (א) 45 מ' (ב) 125 מ'
10. (א) 15 ₪ (ב) 45 ₪
11. (א) 29 ימים (ב) נדב יסיים את למידת המילים במשך 20 יום, ולכן הוא יסיים את למידת המילים לפני אלון
12. (א) 6,250 מ' (ב) 24,696.4 מ'
13. (א) $a_1 = 3$ (ב) $S_7 = 381$
14. (א) $a_2 = 62$ (ב) $a_2 = -62$
15. $S_8 = 781{,}248$
16. (א) 640,000 ₪ (ב) 1,250 ₪ (ג) 1,278,750 ₪
17. (א) 54 ס"מ (ב) 4,374 ס"מ (ג) 19,680 ס"מ
18. (א) 1.2 (ב) 29,766.4 ₪ (ג) 5,953.28 ₪
19. (א) 5, 20, 80, 320, 1280 (ב) הסדרה היא סדרה הנדסית עולה, כי כל איבר בסדרה מתקבל מהאיבר הקודם על-ידי הכפלה במספר הקבוע 4 (ג) 1,747,625 (ד) 174,762.5
20. (א) הסדרה היא סדרה הנדסית כי כל איבר מתקבל מהקודם על-ידי הכפלה במספר הקבוע 3- (ב) 5, -15, 45, -135, 405 (ג) 8,200-
21. (א) 80, 40, 20, 10, 5 (ב) הסדרה היא סדרה הנדסית יורדת, כי כל איבר קטן מקודמו פי 2 (ג) 157.5
22. (א) $a_1 = 1$, $q = 2$ (ב) 1,023
23. (א) $a_1 = 14$, $d = -4$ (ב) 40- (ג) 8 איברים
24. (א) 2 כיסאות (ב) (1) 38 כיסאות (2) 16 שורות.