1.2 שינוי נושא נוסחה

1. נתונה נוסחה לשטח טרפז: $S = (a+b)\cdot\frac{H}{2}$.
   א. נתון: S = 20 מס"ר , b = 7.5 ס"מ , a = 2.5 ס"מ . חשבו את H.
   ב. בטאו את H באמצעות a , b ו- S.

2. נוסחה לשטח פני כדור היא: $P = 4\pi R^2$.
   א. נתון: P = 100π מס"ר . חשבו את R.
   ב. בטאו את רדיוס הכדור R באמצעות P.

3. נוסחת נפח חרוט היא: $V = \frac{1}{3}\cdot\pi R^2 H$.
   א. בטאו את הגובה H של החרוט כנושא הנוסחה (כלומר, בטאו את H באמצעות V ו- R).
   ב. בטאו את R כנושא הנוסחה.
   ג. נתון: V = 800π מס"ק , H = 6 ס"מ . חשבו את R.

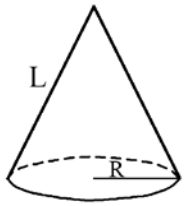
4. לפניכם נוסחה למציאת הטמפרטורה במעלות פרנהייט, F, כאשר הטמפרטורה נתונה במעלות צלזיוס, C: $F = \frac{9C}{5} + 32$.
   א. נקודת הרתיחה של מים היא 100 מעלות צלזיוס. מצאו את נקודת הרתיחה של מים במעלות פרנהייט.
   ב. מצאו את הטמפרטורה שבה $F = C$.
   ג. רשמו נוסחה לחישוב טמפרטורה במעלות צלזיוס, כאשר הטמפרטורה נתונה במעלות פרנהייט.

5. נוסחה לשטח מעטפת של תיבה היא: $M = 2h(a+b)$, כאשר a , b הם ממדי בסיס התיבה ו- h הוא גובה התיבה.
   א. בטאו את h כנושא הנוסחה.
   ב. חשבו את h, אם נתון: a = 5 ס"מ, b = 6 ס"מ , M = 32 מס"ר .
   ג. רשמו נוסחה לשטח מעטפת M של קובייה שצלעה a.
   ד. רשמו נוסחה לשטח מעטפת M של תיבה שבסיסה ריבוע, כאשר a הוא אורך צלע הבסיס, ו- h הוא גובה התיבה.

6. נוסחה לשטח פנים של גליל, שרדיוסו R וגובהו H, היא:
$P = 2\pi R \cdot H + 2\pi R^2$.

א. בטאו את גובה הגליל H, באמצעות P, אם נתון כי $R = 5$ ס"מ.

ב. חשבו את גובה הגליל שבסעיף א, אם נתון גם כי $P = 471$ מס"ר. בחישוביכם השתמשו בקירוב- $\pi = 3.14$



7. נוסחה לשטח פנים של חרוט היא: $P = \pi R^2 + \pi RL$.

א. בטאו את L באמצעות P, אם נתון כי $R = 3$ ס"מ.

ב. חשבו את L, אם נתון גם כי $P = 24\pi$ מס"ר.

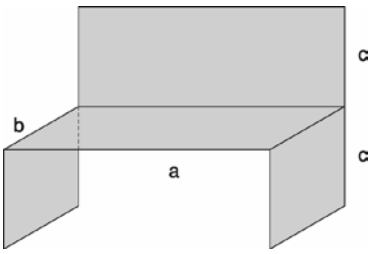
8. שטח מרובע, שאלכסוניו e ו- f מאונכים זה לזה, הוא מחצית מכפלת אורכי האלכסונים: $S = \frac{1}{2} e \cdot f$

א. נתון מרובע שאלכסוניו מאונכים זה לזה. שטח המרובע הוא $S = 100$ מס"ר. אורך אחד האלכסונים הוא $f = 10$ ס"מ. חשבו את אורך האלכסון e.

ב. במרובע שאלכסוניו מאונכים זה לזה, רשמו נוסחה לחישוב אורך האלכסון f, כאשר שטח המרובע הוא S, ואורך האלכסון השני הוא e.

ג. מצאו נוסחה לחישוב שטח של ריבוע, שאורך האלכסון שלו הוא d.

9. מפעל מייצר ספסלי עץ לישיבה במידות שונות לפי הדגם בסרטוט.
ממדי הספסל הם:



a ס"מ - אורך משטח הישיבה

b ס"מ - עומק משטח הישיבה

c ס"מ - גובה הספסל וגובה המשענת

שטח לוחות העץ, שספסל כזה מורכב מהם, נתון בנוסחה: $S = ab + 2bc + ac$.

א. נתון כי שטח לוחות העץ בספסל הוא 6000 סמ"ר, וגובה הספסל c, הוא 40 ס"מ. רשמו ביטוי לערך של a (הביעו את a באמצעות b).

ב. האם אדם מבוגר יכול לשבת בנוחות על ספסל ששטח לוחות העץ שבו הוא 6000 סמ"ר, גובהו c, הוא 40 ס"מ, ועומק משטח הישיבה שלו b, הוא 60 ס"מ? נמקו.

ג. במפעל בנו ספסלים אחרים שבהם שטח לוחות העץ בכל ספסל הוא 8000 סמ"ר, ואורך משטח הישיבה a, הוא 80 ס"מ. רשמו ביטוי לערך של b (הביעו את b באמצעות c).

ד. מהו עומק משטח הישיבה b, של ספסל ששטח לוחות העץ שבו הוא 8000 סמ"ר, אורך משטח הישיבה שלו a הוא 80 ס"מ, וגובהו c, הוא 60 ס"מ?

10. על המדרכה ממוקם עמוד תאורה ועליו פנס הנמצא בגובה 3 מ' מן המדרכה. בערב, כאשר הפנס דולק, משתנה אורך הצל של האנשים העוברים ליד העמוד, בהתאם למרחק שלהם ממנו. אורך הצל תלוי גם בגובה האדם.

אפשר לחשב את אורך הצל y של אדם על-פי הנוסחה: $y=\frac{g}{3-g}x$

g מסמן את גובה האדם (במטרים).

x מסמן את מרחק האדם מן העמוד (במטרים).

y מסמן את אורך הצל (במטרים).

א. כאשר יוני נמצא במרחק 8 מטרים מן העמוד אורך הצל שלו הוא 7 מטרים. מהו הגובה של יוני?

ב. הביעו באמצעות x את גובה האדם שאורך הצל שלו 2 מטרים.

ג. המרחק של יעל מהעמוד הוא פי שניים מאורך הצל שלה. מהו הגובה של יעל?

11. רופא אמר למר יעקובסון כי עליו להביא את בתו לבדיקה אם הטמפרטורה שלה עולה על $37.5^\circ C$ (37.5 מעלות צלזיוס). בתו חשה ברע, ולכן הוא מדד את הטמפרטורה שלה באמצעות מדחום אמריקאי שהיה בביתו. המדחום, שהיה מכויל לפי מעלות פרנהייט, הראה טמפרטורה של $98^\circ F$ (98 מעלות פרנהייט).
הקשר בין מדידת הטמפרטורה לפי מעלות פרנהייט לבין מדידת הטמפרטורה לפי מעלות צלזיוס, נתון בנוסחה: $F=\frac{9}{5}C+32$. (F – מעלות פרנהייט, C – מעלות צלזיוס)

א. האם מר יעקובסון צריך לקחת את בתו לרופא? נמקו.

ב. למחרת מדד מר יעקבסון את חום בתו, באותו מדחום, והמדחום הראה $104^\circ F$. האם מר יעקובסון צריך לקחת את בתו לרופא? נמקו.

ג. הביעו את C באמצעות F.

12. לבדיקת תקינות משקל גוף אדם משתמשים במדד הנקרא BMI (מדד מסת הגוף). מדד מסת הגוף נותן ערך מספרי שבאמצעותו ניתן לקבוע האם אדם נמצא במצב של משקל תקין, בעודף משקל, או בתת-משקל. המדד מחושב באמצעות הגובה במטרים H, של האדם, והמשקל שלו בקילוגרמים M. מסמנים את המדד ב- I.

לחישוב המדד משתמשים בנוסחה: $I=\frac{M}{H^2}$.

כאשר ערכי I הם בין 18.5 ל- 25, משקל האדם נחשב תקין. אם ערכי I הם מעל 25 אז הוא נחשב בעל עודף משקל. לעומת זאת, אם I נמוך מ- 18.5, אז האדם נמצא בתת-משקל.

א. גובהו של דני הוא 1.70 מ' ומשקלו 64 ק"ג.

(1) חשבו את I.

(2) האם משקלו של דני תקין לפי מדד מסת הגוף?

ב. מדד מסת הגוף (I) של מר לוי שווה ל- 26.5, וגובהו הוא מטר אחד ו- 84 ס"מ. מהו משקלו של מר לוי?

ג. בטאו את גובהו של אדם (H), באמצעות משקלו (M) וערך מדד מסת הגוף (I).

ד. גובהו של אלון הוא 168 ס"מ. מהו המשקל הגדול ביותר שיכול להיות לאלון, עבורו מדד מסת הגוף (I) יהיה תקין?

13. מרחק X (במטרים) שעובר גוף הנופל מגובה, ניתן לחישוב על-ידי הנוסחה הבאה:

$$X = 5 \cdot t^2 ,$$

כאשר t הוא הזמן שעבר מרגע הנפילה (בשניות).

א. מצאו את המרחק שעבר הגוף במשך 4 השניות הראשונות.

ב. כעבור כמה שניות מרגע הנפילה יעבור הגוף מרחק של 125 מטרים?

ג. בטאו את t באמצעות X.

ד. האם המרחק שעובר הגוף בשנייה הראשונה שווה למרחק שעובר הגוף בשנייה השלישית?

14. אספקת מים לשכונות מגורים מתבצעת על-ידי צינורות בעלי קטרים שונים. קוטר הצינור תלוי בגודל השכונה. מהירות המים בכל צינור תלויה בצריכת המים על-ידי כלל תושבי השכונה והקוטר של הצינור. באמצעות הנוסחה הנתונה אפשר לחשב את מהירות המים בצינור:

$$V = \frac{G}{900\pi \cdot D^2}$$

V – מהירות המים בצינור (מטרים לשנייה),

G – צריכת המים על-ידי צרכנים (מ"ק לשעה),

D – קוטר הצינור (מטרים).

א. מצאו את מהירות זרימת המים, אם ידוע כי צריכת המים מצינור זה היא 150 מ"ק לשעה, וקוטר הצינור הוא 0.25 מטר. בחישוביכם השתמשו בקירוב - $\pi = 3.14$.

ב. בטאו את G באמצעות V ו- D.

ג. בטאו את D באמצעות V ו- G.

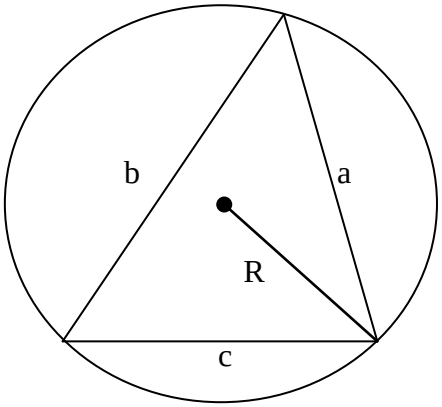
ד. צינור המוביל מים לשכונת כרמים הוא בקוטר 20 ס"מ. אם מהירות זרימת המים בצינור במשך שעה אחת היא 1 מטר לשנייה, חשבו את צריכת המים מצינור זה לשעה.

ה. בעקבות התקנת חסכמים הוקטנה כמות המים הנצרכת ב- 20%. בכמה אחוזים תקטן מהירות זרימת המים בצינור?

15. אפשר לחשב שטח משולש באמצעות הנוסחה הבאה: $S=\frac{a\cdot b\cdot c}{4R}$,

כאשר a, b ו- c הם אורכי צלעות המשולש,

ו- R הוא רדיוס המעגל שחוסם את המשולש (ראו סרטוט).



א. שטח משולש הוא 96 סמ"ר, אורכי צלעות המשולש הם 20 ס"מ, 16 ס"מ ו- 12 ס"מ. מצאו את רדיוס המעגל שחוסם את המשולש.

ב. בטאו את R באמצעות a, b, c ו- S.

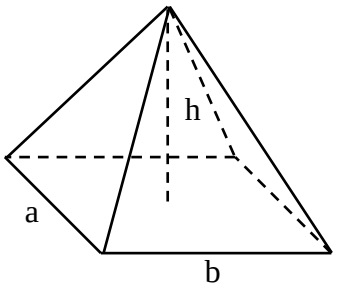
ג. אם נתון כי משולש הוא שווה-צלעות, בטאו את אורך צלע המשולש באמצעות S ו- R.

ד. שטח משולש שווה-צלעות הוא $100\sqrt{3}$ ורדיוס המעגל שחוסם אותו הוא $\frac{20\sqrt{3}}{3}$. חשבו את אורך צלע המשולש.

16. נתונה פירמידה שבסיסה מלבן. אורך צלעות המלבן a ס"מ ו- b ס"מ.

הגובה של הפירמידה שווה ל- h ס"מ (ראו סרטוט).

הנוסחה למציאת נפח הפירמידה V היא: $V=\frac{a\cdot b\cdot h}{3}$.



א. חשבו את נפח הפירמידה שבסיסה מלבן שצלעותיו הם 3 ס"מ ו- 5 ס"מ, וגובהה הוא 6 ס"מ.

ב. נפחה של פירמידה שבסיסה מלבן הוא 50 סמ"ק, גובהה 10 ס"מ. צלע אחת של המלבן בבסיס הפירמידה שווה ל- 4 ס"מ. חשבו את אורך הצלע השנייה.

ג. בטאו את גובה הפירמידה (h) באמצעות a, b ו- V.

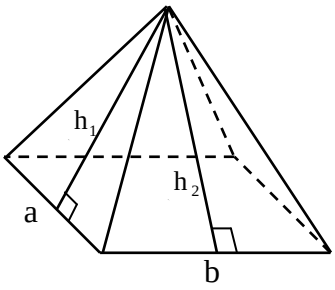
ד. בטאו את שטח המלבן העומד בבסיס הפירמידה באמצעות V ו- h.

נתונה פירמידה שבסיסה ריבוע. אורך צלע הריבוע הוא a ס"מ

ה. בטאו את V באמצעות a ו- h.

ו. בטאו את a באמצעות V ו- h.

17. נתונה פירמידה שבסיסה מלבן. אורך צלעות המלבן a ס"מ ו- b ס"מ.
הגבהים של הפאות הצדדיות שווים ל- h_1 ס"מ ו- h_2 ס"מ בהתאמה (ראו סרטוט).
שטח הפנים של הפירמידה נתון על-ידי הנוסחה הבאה:
$S = a \cdot b + a \cdot h_1 + b \cdot h_2$



א. נתון: $b = 10$ ס"מ, $a = 8$ ס"מ. הביעו את שטח פני הפירמידה באמצעות h_1 ו- h_2.

ב. נתון כי שטח פני הפירמידה שווה ל- 160 סמ"ר,
$b = 10$ ס"מ, $a = 8$ ס"מ ו- $h_1 = 5$ ס"מ. מצאו את אורך h_2.

ג. בטאו את h_2 באמצעות a, b, h_1 ו- S.

ד. בטאו את a באמצעות b, h_2, h_1 ו- S.

ה. נתון כי בסיס הפירמידה הוא ריבוע שצלעו a ס"מ. $h_1 = h_2 = 10$ ס"מ.
בטאו את S באמצעות a.

18. בבניין משרדים נערך שיפוץ. במסגרת השיפוץ מתכוונים לצבוע את הקירות ותקרות החדרים. כל החדרים בבניין זהים: רוחב של כל חדר הוא 5 מטרים, אורך החדר הוא 7 מטרים, וגובה החדר הוא 3 מטרים.
לאחר חישוב התברר כי התשלום עבור הצבע הדרוש לצביעת n חדרי הבניין הוא:
$M = n \cdot (7x + 15y)$,
כאשר x מייצג את המחיר לליטר אחד של צבע לתקרה, ו- y את המחיר לליטר אחד של צבע לקירות.

א. קבלן שיפוצים ראשון נתן הצעת מחיר, לפיה מחיר לליטר אחד של צבע לתקרה הוא 10 ₪, ומחיר לליטר אחד של צבע לקירות הוא 15 ₪. בטאו באמצעות n את התשלום עבור הצבע הדרוש (M) לצביעת n חדרי הבניין, לפי ההצעה הזו.

ב. בטאו את x באמצעות M, y ו- n.

ג. בשלב הראשון של השיפוצים הוחלט לצבוע 10 חדרים בקומה א. קבלן שיפוצים שני הציע צבע לשיפוץ של כל עשרת החדרים בסכום של 2650 ₪, כאשר המחיר לליטר אחד של הצבע לתקרה הוא 10 ₪. חשבו את המחיר לליטר אחד של הצבע לקירות.

ד. איזה מבין הקבלנים נתן הצעה זולה יותר?

19. מחקרים ביולוגיים גילו כי צרצרים רגישים מאוד לשינויים בטמפרטורת הסביבה. מספר הצרצורים מנבא באופן מדויק את הטמפרטורה שנמדדת במעלות פרנהייט. הנוסחה המתמטית שבאמצעותה אפשר לחשב את הטמפרטורה היא: $F = 50 + \frac{H - 92}{4.7}$,

כאשר F – הטמפרטורה (בפרנהייט) ו- H – מספר הצרצורים של צרצר בדקה.

א. חשבו את הטמפרטורה במעלות פרנהייט, אם מספר צרצורי הצרצר היה 186.

ב. חשבו את מספר הצרצורים של צרצר בסביבה שבה הטמפרטורה 95 מעלות פרנהייט.

ג. בטאו את H באמצעות F.

תשובות - שינוי נושא נוסחה

1. (א) 4 ס"מ (ב) $H = \frac{2S}{a+b}$

2. (א) $R = 5$ ס"מ (ב) $R = \sqrt{\frac{P}{4\pi}}$

3. (א) $H = \frac{3V}{\pi R^2}$ (ב) $R = \sqrt{\frac{3V}{\pi H}}$ (ג) $R = 20$ ס"מ

4. (א) $F = 212$ (ב) $F = C = -40$ (ג) $C = \frac{5F-160}{9}$

5. (א) $h = \frac{M}{2(a+b)}$ (ב) $h = \frac{16}{11}$ ס"מ (ג) $M = 4a^2$ (ד) $M = 4a \cdot b$

6. (א) $H = \frac{P-50\pi}{10\pi}$ (ב) $H = 10$ ס"מ

7. (א) $L = \frac{P-9\pi}{3\pi}$ (ב) $L = 5$ ס"מ

8. (א) $e = 20$ ס"מ (ב) $f = \frac{2S}{e}$ (ג) $S = 0.5d^2$

9. (א) $a = \frac{6000-80b}{40+b}$ (ב) לא. $a=12$ ס"מ. (ג) $b = \frac{8000-80c}{80+2c}$

(ד) $b=16$ ס"מ

10. (א) 1.4 מ' (ב) $g = \frac{6}{2+x}$ (ג) 1 מ'

11. (א) לא. $C=36.67^o$ (ב) עליו להביא את בתו לבדיקה כי $C=40^o$

(ג) $C = \frac{5F-160}{9}$

12. (א) (1) 22.15 (2) כן (ב) 89.7 ק"ג (ג) $H = \sqrt{\frac{M}{I}}$ (ד) 70.56 ק"ג

13. (א) 80 מ' (ב) 5 שניות (ג) $t = \sqrt{\frac{x}{5}}$ (ד) לא

14. (א) 0.85 מ/שנייה (ב) $G = 900\pi \cdot V \cdot D^2$ (ג) $D = \sqrt{\frac{G}{900\pi \cdot V}}$

(ד) כ- 113 מ"ק (ה) 20%.

15. (א) 10 ס"מ (ב) $R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4S}$ (ג) $a = \sqrt[3]{4S \cdot R}$ (ד) 20 ס"מ

16. (א) 30 סמ"ק (ב) 3.75 ס"מ (ג) $h=\frac{3V}{a\cdot b}$ (ד) $S=\frac{3V}{h}$ (ה) $V=\frac{a^2\cdot h}{3}$

(ו) $a=\sqrt{\frac{3V}{h}}$

17. (א) $S=80+8\cdot h_1+10\cdot h_2$ (ב) 4 ס"מ (ג) $h_2=\frac{S-a\cdot b-a\cdot h_1}{b}$ (ד)

$$a=\frac{S-b\cdot h_2}{b+h_1}$$

(ה) $S=a^2+20a$

18. (א) $M=295n$ (ב) $x=\frac{M-15\cdot n\cdot y}{7\cdot n}$ (ג) 13 ₪ (ד) הקבלן השני זול יותר.

19. (א) 70 (ב) כ- 304 (ג) $H=4.7(F-50)+92$